

Révisions

Exercice 1

Soit $z = \sqrt{3} + i$ et $z' = 6 - 2\sqrt{3}i$. Ecrire zz' et $\frac{z}{z'}$ sous forme algébrique, puis exponentielle.

Exercice 2

Calculer le module et l'argument de $-i$ et de $\frac{3}{1-i}$.

Exercice 3

Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe suivant : $Z = \frac{3-2i}{(i-1)e^{\frac{\pi}{2}}}$.

Exercice 4

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 - z + 1 = 0$ et donner ses solutions sous forme exponentielle.

Exercice 5

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$\begin{aligned} (x-5)^2 = 3 & \quad (3x+5)^2 = (x+1)^2, & \quad -x^2 + 6x - 10 = 0 \\ x^2 + 4x - 21 = 0, & \quad (x+3)(x-2) = -4, & \quad 6x^4 - 13x^2 = -6 \end{aligned}$$

Exercice 6

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

$$\begin{aligned} e^x = 4, \quad e^x = -3, \quad 2 - 5e^x = 1, \quad \ln(x) - \ln(1-x) = 0 \\ \ln(2x) + \ln(3-x) = 0, \quad 4 - 2e^x = 4e^x \end{aligned}$$

Exercice 7

Résoudre les inéquations suivantes dans \mathbb{R} :

$$-2x^2 + 7x - 5 \leq 0, \quad (x^2 + 2x + 1)^2 \leq 16$$

Exercice 8

Résoudre les inéquations suivantes dans \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} (e^x)^2 e^{x+1} \leq e^{-x}, \quad 1 - 3e^x < 2e^x \\ \ln(x^2) - \ln 2 > 7, \quad \ln(2x^2 - 3x - 5) \leq 2 \ln 2 \end{aligned}$$

Exercice 9

Résoudre $\frac{3x+5}{x+2} \leq 2$

Exercice 10

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos(2x-1) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right), \quad \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \cos(2x) = \sin(x), \quad \sin(3x+2) = \sin(x-1) \end{aligned}$$

Exercice 11

1. Donner l'équation de la droite passant par les points A (2;1) et B(3; -1).
2. Donner l'équation de la droite perpendiculaire à (AB) et passant par C(-2, 2).

Exercice 12

Donner l'équation du cercle de centre A (2; -3) et de rayon 5.

Exercice 13

Trouver l'intersection du cercle C de centre (-1;0) et de rayon $\sqrt{2}$ et de la droite D d'équation $x - y + 1 = 0$.

Exercice 14

Trouver l'intersection des droites D et D' d'équations $2y - 4x - 2 = 0$ et $-y + 2x - 6 = 0$.

Exercice 15

Soit $\vec{u}(1, 2, 3)$ et $\vec{v}(-1, 1, -1)$. Calculez $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

Exercice 16

Calculer la dérivée de la fonction suivante $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow (1+x^2)^2$

Exercice 17

Calculer la dérivée des fonctions suivantes, définies sur \mathbb{R} :

$$f(x) = \cos(3x^2 + x), \quad g(x) = \frac{1}{2 - \sin x}, \quad h(x) = \ln(2 + 2x^4)$$

Exercice 18

Etudier la fonction

$$f(x) = \frac{e^x + 1}{\sqrt{e^{2x} - 1}}$$

en détaillant son ensemble de définition, sa dérivée, ses limites, et son tableau de variation.

Exercice 19

Etudier la fonction

$$f(x) = \frac{2 + \ln(1+x)}{1+x}$$

Exercice 20

Déterminer, en justifiant vos réponses, les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^2) - \sqrt{x}, \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^x - e^{-x}}, \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(2x^2)}{x \sin x}.$$

Exercice 21

On considère la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

- Calculer A^2
- La matrice A est-elle inversible ? (Justifier)

Exercice 22

Quelle est la négation de la propriété suivante : « Tous les éléments de l'ensemble E sont des réels différents de 0 » ?

Exercice 23

Quelle est la négation de la propriété suivante : « Il existe au moins un élève de la promotion qui porte des lunettes. » ?

Exercice 24

Décomposer en éléments simples la fraction rationnelle suivante :

$$5 \frac{x-3}{x^3 + x^2 + 9x + 9}$$