Révisions 34

Fonctions de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}^p$

Afficher une page à la fois seulement.
Une page : une question
page suivante : la réponse.

Fiche 1

Une fonction de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ s'écrit comment ?

Fiche 1

Une fonction de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ s'écrit comment ?

$$f(x,y,z) = \begin{pmatrix} f_x(x,y,z) \\ f_y(x,y,z) \\ f_z(x,y,z) \end{pmatrix}$$

avec f_x, f_y et f_z les fonctions coordonnées.

Fiche 2

donner la matrice jacobienne de f avec

$$f(x,y,z) = \begin{pmatrix} f_x(x,y,z) \\ f_y(x,y,z) \\ f_z(x,y,z) \end{pmatrix}$$

Fiche 2

donner la matrice jacobienne de f avec

$$f(x,y,z) = \begin{pmatrix} f_x(x,y,z) \\ f_y(x,y,z) \\ f_z(x,y,z) \end{pmatrix}$$

$$J(f)(x,y,z) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial x} & \frac{\partial f_x}{\partial y} & \frac{\partial f_x}{\partial z} \\ \frac{\partial f_y}{\partial x} & \frac{\partial f_y}{\partial y} & \frac{\partial f_y}{\partial z} \\ \frac{\partial f_z}{\partial x} & \frac{\partial f_z}{\partial y} & \frac{\partial f_z}{\partial z} \end{pmatrix}$$

Fiche 3

Si f et g sont des fonctions de plusieurs variables, le jacobien de la composée $g \circ f$ au point a est ...

Prev Next

Fiche 3

Si f et g sont des fonctions de plusieurs variables, le jacobien de la composée $g \circ f$ au point a est ...

$$J(g \circ f)(a) = J(g)(f(a)) \times J(f)(a)$$

Fiche 4

Si f est une fonction bijective de plusieurs variables, le jacobien de f^{-1} est

Fiche 4

Si f est une fonction bijective de plusieurs variables, le jacobien de f^{-1} est

l'inverse (matriciel) du jacobien de f.

Fiche 5

Si f est une fonction de plusieurs variables, alors le gradient est

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, f =$$

Fiche 5

Si f est une fonction de plusieurs variables, alors le gradient est $\overrightarrow{\text{grad}}\, f =$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix}$$

Fiche 6

Si f est une fonction de plusieurs variables, alors le laplacien est $\triangle f =$

Fiche 6

Si f est une fonction de plusieurs variables, alors le laplacien est $\triangle f =$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Fiche 7

Si f est une fonction de plusieurs variable ayant des fonctions coordonnées f_x, f_y et f_z, alors la divergence est div $f =$

Fiche 7

Si f est une fonction de plusieurs variable ayant des fonctions coordonnées f_x, f_y et f_z, alors la divergence est div $f =$

$$\frac{\partial f_x}{\partial x} + \frac{\partial f_y}{\partial y} + \frac{\partial f_z}{\partial z}$$

Fiche 8

Si f est une fonction de plusieurs variable ayant des fonctions coordonnées f_x, f_y et f_z, alors le rotationnel est $\text{Rot } f =$

Fiche 8

Si f est une fonction de plusieurs variable ayant des fonctions coordonnées f_x, f_y et f_z, alors le rotationnel est Rot $f =$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f_z}{\partial y} - \frac{\partial f_y}{\partial z} \\ \frac{\partial f_x}{\partial z} - \frac{\partial f_z}{\partial x} \\ \frac{\partial f_y}{\partial x} - \frac{\partial f_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Fiche 9

Si f est une fonction de plusieurs variable ayant des fonctions coordonnées f_x, f_y et f_z, alors le laplacien est $\triangle f =$

Fiche 9

Si f est une fonction de plusieurs variable ayant des fonctions coordonnées f_x, f_y et f_z, alors le laplacien est $\triangle f =$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 f_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_y}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 f_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_z}{\partial z^2} \end{pmatrix}$$

Fiche 10

$$\mathrm{Rot}\ (\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, f) =$$

Fiche 10

$$\text{Rot}\,(\overrightarrow{\text{grad}}\,f) =$$

$$\vec{0}$$

Fiche 11

$$\text{div } (\text{Rot } f) =$$

Fiche 11

$$\mathrm{div}\,(\mathrm{Rot}\ f) =$$

$$0$$

Fiche 12

$$\mathrm{div}\,(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, f) =$$

Fiche 12

$$\operatorname{div}\,(\overrightarrow{\operatorname{grad}}\, f) =$$

$$\triangle f$$

Fiche 13

Sur un domaine

$$D = \{(x, y) \mid a \leqslant x \leqslant b,$$

$$\varphi_1(x) \leqslant y \leqslant \varphi_2(x)\}$$

l'intégrale double de $f(x, y)$ est $\iint_D f =$

Fiche 13

Sur un domaine

$$D = \{(x, y) \mid a \leqslant x \leqslant b,$$

$$\varphi_1(x) \leqslant y \leqslant \varphi_2(x)\}$$

l'intégrale double de $f(x, y)$ est $\iint_D f =$

$$\int_a^b \left(\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x, y) dy \right) dx.$$

Fiche 14

Sur un domaine

$$D = \{(x, y) \mid c \leqslant y \leqslant d,$$

$$\psi_1(y) \leqslant x \leqslant \psi_2(y)\}$$

l'intégrale double de $f(x, y)$ est $\iint_D f =$

Fiche 14

Sur un domaine

$$D = \{(x, y) \mid c \leqslant y \leqslant d,$$

$$\psi_1(y) \leqslant x \leqslant \psi_2(y)\}$$

l'intégrale double de $f(x, y)$ est $\iint_D f =$

$$\int_c^d \left(\int_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} f(x, y) dx \right) dy$$

Fiche 15

Si f est positive sur D, $\iint_D f$ représente quoi graphiquement ?

Fiche 15

Si f est positive sur D, $\iint_D f$ représente quoi graphiquement ?

le volume situé sous la surface représentant f.

Fiche 16

Si D est un domaine de $\mathbb{R}^2$, son aire vaut ...

Fiche 16

Si D est un domaine de $\mathbb{R}^2$, son aire vaut ...

$$\mathcal{A} = \iint_D dxdy.$$

Fiche 17

Soit une surface de $\mathbb{R}^2$ qui s'exprime comme un domaine D en (x, y) et comme un domaine Δ en coordonnées polaires (ρ, θ). Alors le changement de variable polaire donne

$$\iint_D f(x,y)dxdy = \iint_\Delta \cdots$$

Prev Next

Fiche 17

Soit une surface de $\mathbb{R}^2$ qui s'exprime comme un domaine D en (x, y) et comme un domaine Δ en coordonnées polaires (ρ, θ). Alors le changement de variable polaire donne

$$\iint_D f(x,y)dxdy = \iint_\Delta \cdots$$

$$\iint_\Delta f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta))|\rho|d\rho d\theta.$$

Fiche 18

Si on a un domaine

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid a \leqslant x \leqslant b,$$

$$\varphi_1(x) \leqslant y \leqslant \varphi_2(x),$$

$$\psi_1(x, y) \leqslant z \leqslant \psi_2(x, y)\}$$

alors l' l'intégrale triple de f sur D est $\iiint_D f =$

Fiche 18

Si on a un domaine

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid a \leqslant x \leqslant b,$$

$$\varphi_1(x) \leqslant y \leqslant \varphi_2(x),$$

$$\psi_1(x, y) \leqslant z \leqslant \psi_2(x, y)\}$$

alors l' l'intégrale triple de f sur D est $\iiint_D f =$

$$\int_a^b \Big(\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} \Big(\int_{\psi_1(x,y)}^{\psi_2(x,y)} f(x, y, z)$$

$$dz \Big) dy \Big) dx$$

Fiche 19

Les coordonnées cartésiennes (x, y, z) et cylindriques (ρ, θ, z) sont reliées par quelles formules ?

Fiche 19

Les coordonnées cartésiennes (x, y, z) et cylindriques (ρ, θ, z) sont reliées par quelles formules ?

$$x = \rho\cos(\theta), \quad y = \rho\sin(\theta)$$

Fiche 20

Soit un volume de $\mathbb{R}^3$ qui s'exprime comme un domaine D en (x, y, z) et comme un domaine Δ en coordonnées cylindrique (ρ, θ, z). Alors le changement de variable cylindrique donne

$$\iiint_D f(x,y)dxdydz = \iiint_\Delta \cdots$$

Fiche 20

Soit un volume de $\mathbb{R}^3$ qui s'exprime comme un domaine D en (x, y, z) et comme un domaine Δ en coordonnées cylindrique (ρ, θ, z). Alors le changement de variable cylindrique donne

$$\iiint_D f(x,y)dxdydz = \iiint_\Delta \cdots$$

$$\iiint_\Delta f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), z)|\rho| d\rho d\theta dz.$$

Fiche 21

Les coordonnées cartésiennes (x, y, z) et sphériques (ρ, θ, ϕ) sont reliées par quelles formules ?

Fiche 21

Les coordonnées cartésiennes (x, y, z) et sphériques (ρ, θ, ϕ) sont reliées par quelles formules ?

$$x = \rho \sin(\theta) \cos(\varphi),$$

$$y = \rho \sin(\theta) \sin(\varphi),$$

$$z = \rho \cos(\theta)$$

Prev Next

Fiche 22

Soit un volume de $\mathbb{R}^3$ qui s'exprime comme un domaine D en (x, y, z) et comme un domaine Δ en coordonnées sphèrique (ρ, θ, φ). Alors le changement de variable sphérique donne

$$\iiint_D f(x,y)dxdydz = \iiint_\Delta \cdots$$

Prev Next

Fiche 22

Soit un volume de $\mathbb{R}^3$ qui s'exprime comme un domaine D en (x, y, z) et comme un domaine Δ en coordonnées sphèrique (ρ, θ, φ). Alors le changement de variable sphérique donne

$$\iiint_D f(x,y)dxdydz = \iiint_\Delta \cdots$$

$$\iiint_\Delta$$

$$f\big(\rho\sin(\theta)\cos(\varphi), \rho\sin(\theta)\sin(\varphi),$$

$$\rho\cos(\theta)\big)\rho^2|\sin(\theta)|\mathrm{d}\rho\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi.$$

Prev Next