Révisions 33

Séries entières

Afficher une page à la fois seulement.
Une page : une question
page suivante : la réponse.

Fiche 1

Une série entière centrée en 0 est ...

Fiche 1

Une série entière centrée en 0 est ...

une série de fonction $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ avec a_n des coefficients et z la variable (réelle ou complexe).

Fiche 2

Comment est défini le rayon de convergence R d'une série entière

$$\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n\,?$$

Fiche 2

Comment est défini le rayon de convergence R d'une série entière
$$\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n\,?$$

C'est le plus grand nombre R tel que pour tout r dans $[0, R[$, la série
$$\sum_{n=0}^{+\infty} a_n r^n \text{ converge.}$$

Fiche 3

Soit une série entière $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ de rayon de convergence R. Que peut-on dire si $|z| < R$?

Fiche 3

Soit une série entière $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ de rayon de convergence R. Que peut-on dire si $|z| < R$?

La série $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ converge.

Fiche 4

Soit une série entière $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ de rayon de convergence R. Que peut-on dire si $|z| > R$?

Prev Next

Fiche 4

Soit une série entière $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ de rayon de convergence R. Que peut-on dire si $|z| > R$?

La série $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ diverge.

Fiche 5

Soit une série entière $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ de rayon de convergence R. Que peut-on dire si $|z| = R$?

Fiche 5

Soit une série entière $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ de rayon de convergence R. Que peut-on dire si $|z| = R$?

On ne peut rien dire sans une étude plus précise.

Fiche 6

Soit une série entière $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$.

Donner la La règle de D'Alembert permettant de calculer le rayon de convergence.

Fiche 6

Soit une série entière $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$.

Donner la La règle de D'Alembert permettant de calculer le rayon de convergence.

Si $\frac{|a_{n+1}|}{|a_n|}$ converge vers une limite ℓ, alors le rayon de convergence est $\frac{1}{\ell}$

Prev Next

Fiche 7

Soit une série entière $S(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ avec x réel, et de rayon de convergence $R > 0$. Que peut-on dire sur la continuité et la dérivabilité de S sur $]-R, R[$?

Fiche 7

Soit une série entière $S(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ avec x réel, et de rayon de convergence $R > 0$. Que peut-on dire sur la continuité et la dérivabilité de S sur $]-R, R[$?

S est continue et dérivable autant de fois qu'on veut sur $]-R, R[$.

Fiche 8

Soit une série entière

$$S(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n \text{ avec } x \text{ réel, et de}$$

rayon de convergence $R > 0$.

Comment vérifier que la fonction est bien définie et continue en R ?

Fiche 8

Soit une série entière

$$S(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n \text{ avec } x \text{ réel, et de}$$

rayon de convergence $R > 0$.
Comment vérifier que la fonction est bien définie et continue en R ?

On étudie la convergence de

$$\sum_{n=0}^{+\infty} a_n R^n. \text{ Si ça converge, la}$$

fonction existe et est continue en R.

Fiche 9

Quelle est la dérivée de $S(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$? avec quel rayon de convergence ?

Fiche 9

Quelle est la dérivée de $S(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$? avec quel rayon de convergence ?

$S'(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n n x^{n-1}$ avec le même rayon de convergence que S.

Fiche 10

Quelle est une primitive de $S(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$? avec quel rayon de convergence ?

Fiche 10

Quelle est une primitive de $S(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$? avec quel rayon de convergence ?

Une primitive est $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{n+1} x^{n+1}$ avec même rayon de convergence que S.

Fiche 11

Si f est une fonction développable en série entière $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$, comment calculer a_n ?

Fiche 11

Si f est une fonction développable en série entière $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$, comment calculer a_n ?

$$a_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!}$$

Fiche 12

Donner le développement en série entière de e^x et son domaine de validité.

Fiche 12

Donner le développement en série entière de e^x et son domaine de validité.

$$e^x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} \text{ sur } \mathbb{R} \text{ et même sur } \mathbb{C}$$

Fiche 13

Donner le développement en série entière de $\frac{1}{1-x}$ et son domaine de validité.

Prev Next

Fiche 13

Donner le développement en série entière de $\frac{1}{1-x}$ et son domaine de validité.

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{+\infty} x^n \text{ sur }]-1,1[$$

Fiche 14

Donner le développement en série entière de $\ln(1-x)$ et son domaine de validité.

Fiche 14

Donner le développement en série entière de $\ln(1-x)$ et son domaine de validité.

$$\ln(1-x) = -\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n} \text{ sur }]-1,1[$$

Fiche 15

Donner le développement en série entière de $\sin x$ et son domaine de validité.

Fiche 15

Donner le développement en série entière de $\sin x$ et son domaine de validité.

$$\sin x = \sum_{p=0}^{+\infty} (-1)^p \frac{x^{2p+1}}{(2p+1)!} \text{ sur } \mathbb{R}$$

Fiche 16

Donner le développement en série entière de $\cos x$ et son domaine de validité.

Fiche 16

Donner le développement en série entière de $\cos x$ et son domaine de validité.

$$\cos x = \sum_{p=0}^{+\infty} (-1)^p \frac{x^{2p}}{(2p)!} \text{ sur } \mathbb{R}$$