

Révisions 31

Séries de Fourier

Afficher une page à la fois seulement.

Une page : une question

page suivante : la réponse.

Fiche 1

Si f est une fonction périodique de période T , alors $\int_a^{a+T} f(t)dt =$

Fiche 1

Si f est une fonction périodique de période T , alors $\int_a^{a+T} f(t)dt =$

$$\int_0^T f(t)dt.$$

L'intégrale de f sur un segment de longueur T est toujours la même.

Fiche 2

Si f est une fonction périodique de période T , donner sa pulsation et les coefficients réels de Fourier

Fiche 2

Si f est une fonction périodique de période T , donner sa pulsation et les coefficients réels de Fourier

La pulsation est $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Les coefficients sont

$$a_0(f) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$a_n(f) = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(\omega n t) dt$$

$$b_n(f) = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(\omega n t) dt$$

Fiche 3

Si f est une fonction périodique de période T , donner sa série de Fourier

Fiche 3

Si f est une fonction périodique de période T , donner sa série de Fourier

$$S(f)(t) = a_0(f) +$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n(f) \cos(\omega n t) + b_n(f) \sin(\omega n t))$$

Fiche 4

Si f est paire, comment simplifier le calcul des coefficients de Fourier ?

Fiche 4

Si f est paire, comment simplifier le calcul des coefficients de Fourier ?

les b_n sont nuls et les a_n sont deux fois l'intégrale sur une demi-période.

Fiche 5

Si f est impaire, comment simplifier le calcul des coefficients de Fourier ?

Fiche 5

Si f est impaire, comment simplifier le calcul des coefficients de Fourier ?

les a_n sont nuls et les b_n sont deux fois l'intégrale sur une demi-période.

Fiche 6

Si f est une fonction T -périodique et continue par morceaux, quel théorème de convergence d'applique à la série de Fourier ?

Fiche 6

Si f est une fonction T -périodique et continue par morceaux, quel théorème de convergence d'applique à la série de Fourier ?

Formule de Parseval :

$$\frac{1}{T} \int_0^T (f(t))^2 dt =$$

$$a_0^2(f) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n^2(f) + b_n^2(f)).$$

Fiche 7

Si f est une fonction T -périodique et \mathcal{C}^1 par morceaux, quel théorème de convergence d'applique à la série de Fourier ?

Fiche 7

Si f est une fonction T -périodique et \mathcal{C}^1 par morceaux, quel théorème de convergence d'applique à la série de Fourier ?

Dirichlet (1) : la série de Fourier de f converge.

$S(f)(t) = f(t)$ en tout point t où f est continue

$S(f)(t) = \frac{f(t-0)+f(t+0)}{2}$ aux points t

où f n'est pas continue, avec

$f(t+0) = \lim_{x \rightarrow t^+} f(x)$ et

$f(t-0) = \lim_{x \rightarrow t^-} f(x)$.

Fiche 8

Si f est une fonction T -périodique, continue et \mathcal{C}^1 par morceaux, quel théorème de convergence d'applique à la série de Fourier ?

Fiche 8

Si f est une fonction T -périodique, continue et \mathcal{C}^1 par morceaux, quel théorème de convergence d'applique à la série de Fourier ?

Dirichlet (2) : la série de Fourier de f converge et $S(f)(t) = f(t)$.

Fiche 9

Si f une fonction T -périodique,
donner les coefficients de Fourier
complexes.

Fiche 9

Si f une fonction T -périodique, donner les coefficients de Fourier complexes.

$$c_n(f) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-in\omega t} dt.$$

Fiche 10

Si f une fonction T -périodique,
donner l'expression de a_n et b_n
(coefficients de Fourier réels) en
fonction de c_n (coefficients de
Fourier complexes)

Fiche 10

Si f une fonction T -périodique, donner l'expression de a_n et b_n (coefficients de Fourier réels) en fonction de c_n (coefficients de Fourier complexes)

$$a_0 = c_0, \quad a_n(f) = c_n(f) + c_{-n}(f)$$
$$b_n(f) = i(c_n(f) - c_{-n}(f))$$

Fiche 11

Si f une fonction T -périodique, donner la série de Fourier complexe.

Fiche 11

Si f une fonction T -périodique, donner la série de Fourier complexe.

$$S(f)(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k(f) e^{ik\omega t}$$

Fiche 12

Si f une fonction T -périodique,
donner la formule de Parseval
complexe.

Fiche 12

Si f une fonction T -périodique,
donner la formule de Parseval
complexe.

$$\frac{1}{T} \int_0^T (f(t))^2 dt$$
$$= (c_0(f))^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} (|c_{-n}(f)|^2 + |c_n(f)|^2).$$