

Révisions 28

Espace vectoriel de dimension finie

Afficher une page à la fois seulement.

Une page : une question

page suivante : la réponse.

Fiche 1

Une famille (U, V, W) de vecteurs de E est libre si

Fiche 1

Une famille (U, V, W) de vecteurs de E est libre si

$$aU + bV + cW = 0$$

(0 vecteur nul de E)
n'est possible que pour
 $a = b = c = 0$.

Fiche 2

Une famille (U, V, W) de vecteurs de E est liée si

Fiche 2

Une famille (U, V, W) de vecteurs de E est liée si

$$aU + bV + cW = 0$$

(0 vecteur nul de E) est possible
avec a, b, c non tous nuls

Fiche 3

Une famille (U, V, W) de vecteurs de E est génératrice de E si

Fiche 3

Une famille (U, V, W) de vecteurs de E est génératrice de E si

tout vecteur X de E se décompose
 $X = aU + bV + cW$ avec a, b, c
constantes

Fiche 4

Une base d'un espace vectoriel E
est une famille ...

Fiche 4

Une base d'un espace vectoriel E
est une famille ...

libre et génératrice de E .

Fiche 5

Les coordonnées de X sont (a, b, c) dans la base (U, V, W) de l'espace vectoriel E signifie que

Fiche 5

Les coordonnées de X sont (a, b, c) dans la base (U, V, W) de l'espace vectoriel E signifie que

$$X = aU + bV + cW$$

Fiche 6

La dimension d'un espace vectoriel
 E est...

Fiche 6

La dimension d'un espace vectoriel
 E est...

le nombre de vecteur dans une base
de E

Fiche 7

Si E est un espace vectoriel de dimension finie n , que dire du nombre de vecteur dans une famille libre ?

Fiche 7

Si E est un espace vectoriel de dimension finie n , que dire du nombre de vecteur dans une famille libre ?

Il est inférieur à n . Et s'il est égal à n , la famille est une base.

Fiche 8

Si E est un espace vectoriel de dimension finie n , que dire du nombre de vecteur dans une famille génératrice de E ?

Fiche 8

Si E est un espace vectoriel de dimension finie n , que dire du nombre de vecteur dans une famille génératrice de E ?

Il est supérieur à n . Et s'il est égal à n , la famille est une base.

Fiche 9

Si E est un espace vectoriel de dimension finie n , que dire de la dimension d'un sous-espace vectoriel F de E ?

Fiche 9

Si E est un espace vectoriel de dimension finie n , que dire de la dimension d'un sous-espace vectoriel F de E ?

la dimension de F est inférieur à n .
Et si elle est égale à n , alors $F = E$

Fiche 10

Si les sous-espace vectoriels F et G sont tels que F est inclus dans G et que les dimensions de F et G sont égales, alors...

Fiche 10

Si les sous-espace vectoriels F et G sont tels que F est inclus dans G et que les dimensions de F et G sont égales, alors...

$$F = G$$

Fiche 11

Si F et G sont deux sous-espaces vectoriels de E , comment prouver qu'ils sont supplémentaires en utilisant les dimensions ?
(2 réponses)

Fiche 11

Si F et G sont deux sous-espaces vectoriels de E , comment prouver qu'ils sont supplémentaires en utilisant les dimensions ?

(2 réponses)

1- On prouve $F + G = E$ et $\dim(F) + \dim(G) = \dim(E)$.

2- On prouve $F \cap G = \{0\}$ et $\dim(F) + \dim(G) = \dim(E)$.

Fiche 12

Si F et G sont deux sous-espaces vectoriels de E de dimension finie, alors $\dim(F + G) = \dots$

Fiche 12

Si F et G sont deux sous-espaces vectoriels de E de dimension finie, alors $\dim(F + G) = \dots$

$$\dim(F) + \dim(G) - \dim(F \cap G)$$

Fiche 13

f une application linéaire de E , de dimension finie avec base (u,v,w) , dans F . Alors $Im(f) = Vect....$

Fiche 13

f une application linéaire de E , de dimension finie avec base (u,v,w) , dans F . Alors $Im(f) = Vect....$

$$Im(f) = Vect(u, v, w)$$

Fiche 14

f une application linéaire de E , de dimension finie, dans F . Donner le théorème du rang

Fiche 14

f une application linéaire de E , de dimension finie, dans F . Donner le théorème du rang

$$\dim(\text{Im}(f)) + \dim(\text{Ker}(f)) = \dim(E)$$

Fiche 15

f une application linéaire de E , de dimension finie, dans F . Si $\dim(\text{Ker}(f)) = 0$ alors

Fiche 15

f une application linéaire de E , de dimension finie, dans F . Si $\dim(\text{Ker}(f)) = 0$ alors

f est injective

Fiche 16

f une application linéaire de E , de dimension finie, dans F . Si $\dim(\text{Im}(f)) = \dim F$ alors

Fiche 16

f une application linéaire de E , de dimension finie, dans F . Si $\dim(\text{Im}(f)) = \dim F$ alors

f est surjective

Fiche 17

f une application linéaire de E , de dimension finie, dans F . Si

$$\dim(\text{Ker}(f)) = 0 \text{ et} \\ \dim(\text{Im}(f)) = \dim F \text{ alors}$$

Fiche 17

f une application linéaire de E , de dimension finie, dans F . Si

$$\dim(\text{Ker}(f)) = 0 \text{ et} \\ \dim(\text{Im}(f)) = \dim F \text{ alors}$$

f est bijective

Fiche 18

Si B et B' sont deux bases d'un espace vectoriel E , c'est quoi la matrice $P(B, B')$ et qu'est-ce qu'il y a dedans ?

Fiche 18

Si B et B' sont deux bases d'un espace vectoriel E , c'est quoi la matrice $P(B, B')$ et qu'est-ce qu'il y a dedans ?

C'est la matrice de passage de la base B à la base B' , elle contient les colonnes des coordonnées des vecteurs de B' exprimées sur la base B .

Fiche 19

Si B et B' sont deux bases d'un espace vectoriel E , un vecteur de coordonnées X dans la base B et X' dans la base B' . Donner les formules permettant de passer de X à X' et inversement.

Fiche 19

Si B et B' sont deux bases d'un espace vectoriel E , un vecteur de coordonnées X dans la base B et X' dans la base B' . Donner les formules permettant de passer de X à X' et inversement.

$$X = P(B, B')X' \text{ et} \\ X' = P(B', B)X$$

Fiche 20

Si B et B' sont deux bases d'un espace vectoriel E , l'inverse de $P(B, B')$ est

Fiche 20

Si B et B' sont deux bases d'un espace vectoriel E , l'inverse de $P(B, B')$ est

$$P(B', B)$$

Fiche 21

Si B est la base d'un espace vectoriel E , B' la base d'un espace vectoriel F , f une application linéaire de E dans F . Comment faire et noter la matrice de f dans les bases B et B' ?

Fiche 21

Si B est la base d'un espace vectoriel E , B' la base d'un espace vectoriel F , f une application linéaire de E dans F . Comment faire et noter la matrice de f dans les bases B et B' ?

On calcule l'image par f des vecteurs de B , on écrit les coordonnées dans B' de ces images et on les met côte à côte en colonne. On obtient $M_{B,B'}(f)$

Fiche 22

Si B est la base d'un espace vectoriel E , B' la base d'un espace vectoriel F , f une application linéaire de E dans F de matrice $M_{B,B'}(f)$. Comment calculer l'image d'un vecteur de E de coordonnées X dans la base B ?

Fiche 22

Si B est la base d'un espace vectoriel E , B' la base d'un espace vectoriel F , f une application linéaire de E dans F de matrice $M_{B,B'}(f)$. Comment calculer l'image d'un vecteur de E de coordonnées X dans la base B ?

le produit $M_{B,B'}(f)X$ donne $f(X)$ exprimé sur la base B'

Fiche 23

Si B est la base d'un espace vectoriel E , B' la base d'un espace vectoriel F , f, g des applications linéaires de E dans F de matrice $M_{B,B'}(f)$ et $M_{B,B'}(g)$. Quelle est la matrice de $f + g$?

Fiche 23

Si B est la base d'un espace vectoriel E , B' la base d'un espace vectoriel F , f, g des applications linéaires de E dans F de matrice $M_{B,B'}(f)$ et $M_{B,B'}(g)$. Quelle est la matrice de $f + g$?

$$M_{B,B'}(f) + M_{B,B'}(g)$$

Fiche 24

Si B est la base d'un espace vectoriel E , B' la base d'un espace vectoriel F , f une application linéaire de E dans F de matrice $M_{B,B'}(f)$. Quelle est la matrice de af avec a une constante ?

Fiche 24

Si B est la base d'un espace vectoriel E , B' la base d'un espace vectoriel F , f une application linéaire de E dans F de matrice $M_{B,B'}(f)$. Quelle est la matrice de af avec a une constante ?

$$aM_{B,B'}(f)$$

Fiche 25

Si f et g sont des applications linéaires de matrice $M_{B,B'}(f)$ et $M_{B',B''}(g)$, quelle est la matrice de la composée $f \circ g$

Fiche 25

Si f et g sont des applications linéaires de matrice $M_{B,B'}(f)$ et $M_{B',B''}(g)$, quelle est la matrice de la composée $f \circ g$

la matrice produit
 $M_{B,B'}(f) \times M_{B',B''}(g)$

Fiche 26

Si B est la base d'un espace vectoriel E , B' la base d'un espace vectoriel F , f une application linéaire bijective de E dans F de matrice $M_{B,B'}(f)$. Quelle est la matrice de f^{-1} ?

Fiche 26

Si B est la base d'un espace vectoriel E , B' la base d'un espace vectoriel F , f une application linéaire bijective de E dans F de matrice $M_{B,B'}(f)$. Quelle est la matrice de f^{-1} ?

$$M_{B',B}(f^{-1}) = (M_{B,B'}(f))^{-1}$$

Fiche 27

Si B et B' sont deux bases d'un espace vectoriel E , f un endomorphisme de E de matrice $A = M_B(f)$ et $A' = M_{B'}(f)$, donner le lien entre A et A' .

Fiche 27

Si B et B' sont deux bases d'un espace vectoriel E , f un endomorphisme de E de matrice $A = M_B(f)$ et $A' = M_{B'}(f)$, donner le lien entre A et A' .

$$A' = P^{-1}AP \text{ avec } P = P(B, B')$$