Révisions

Fonctions de deux variables

Afficher une page à la fois seulement.
Une page : une question
page suivante : la réponse.

Fiche 1

une fonction réelles de deux variables $f(x, y)$ se représente graphiquement comment ?

Fiche 1

une fonction réelles de deux variables $f(x, y)$ se représente graphiquement comment ?

On pose $z = f(x, y)$ et on obtient une surface.

Fiche 2

Dire que f tend vers ℓ en a signifie que.......

Fiche 2

Dire que f tend vers ℓ en a signifie que.......

$|f(x,y)-\ell|$ tend vers 0 quand $\|(x,y)-a\|$ tend vers 0.

Fiche 3

f est continue en a signifie que

Fiche 3

f est continue en a signifie que

$f(x, y)$ tend vers $f(a)$ quand (x, y) tend vers a.

Fiche 4

$f(x, y)$ est bornée si....

Fiche 4

$f(x, y)$ est bornée si....

il existe M tel que $|f(x, y)| \leqslant M$ pour tout (x, y)

Fiche 5

Comment calculer $\frac{\partial f}{\partial x}$?

Fiche 5

Comment calculer $\frac{\partial f}{\partial x}$?

On fixe y (comme s'il était constant) et on ne dérive la fonction que par rapport à x

Fiche 6

Comment calculer $\frac{\partial f}{\partial y}$?

Fiche 6

Comment calculer $\frac{\partial f}{\partial y}$?

On fixe x (comme s'il était constant) et on ne dérive la fonction que par rapport à y

Fiche 7

$f(x, y)$ est dite de classe $\mathcal{C}^1$ si ....

Fiche 7

$f(x, y)$ est dite de classe $\mathcal{C}^1$ si ....

elle admet des dérivées partielles en tout point de A et si les fonctions dérivées partielles sont continues.

Prev Next

Fiche 8

Le développement limité de f en $a = (\alpha, \beta)$ à l'ordre 1 est...

Fiche 8

Le développement limité de f en $a = (\alpha, \beta)$ à l'ordre 1 est...

$$f((x,y)) = f(a) + (x-\alpha)\frac{\partial f}{\partial x}(a) + (y-\beta)\frac{\partial f}{\partial y}(a) + o(\|(x,y)-a\|)$$

Fiche 9

Le gradient de $f(x, y)$ est

Fiche 9

Le gradient de $f(x, y)$ est

$$\overrightarrow{\text{grad}}(f) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right).$$

Fiche 10

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(f+g) =$$

Prev Next

Fiche 10

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(f+g) =$$

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(f) + \overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(g)$$

Fiche 11

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}(fg) =$$

Fiche 11

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}(fg) =$$

$$f\overrightarrow{\mathrm{grad}}(g) + g\overrightarrow{\mathrm{grad}}(f)$$

Fiche 12

$$\overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{1}{f}\right) =$$

Fiche 12

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\left(\frac{1}{f}\right) =$$

$$\frac{-\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(f)}{f^2}$$

Prev Next

Fiche 13

la différentielle de f est

Fiche 13

la différentielle de f est

$$df_a = \frac{\partial f}{\partial x}(a)dx + \frac{\partial f}{\partial y}(a)dy$$

Fiche 14

Si $g(t) = f(u(t), v(t))$, que vaut g' ?

Fiche 14

Si $g(t) = f(u(t), v(t))$, que vaut g' ?

$$g' = \left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(f)(u, v)\right) \cdot (u', v')$$

Fiche 15

Si $g(x, y) = f\big(u(x, y), v(x, y)\big)$, que valent les dérivées partielles de g ?

Fiche 15

Si $g(x, y) = f\big(u(x, y), v(x, y)\big)$, que valent les dérivées partielles de g ?

$$\frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial f}{\partial u}\big(\mathbf{u}, \mathbf{v}\big)\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x}(x, y)$$

$$+\ \frac{\partial f}{\partial v}\big(\mathbf{u}, \mathbf{v}\big)\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x}(x, y)$$

et

$$\frac{\partial g}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial f}{\partial u}\big(\mathbf{u}, \mathbf{v}\big)\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y}(x, y)$$

$$+\frac{\partial f}{\partial v}\big(\mathbf{u}, \mathbf{v}\big)\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y}(x, y).$$

Fiche 16

Quelles sont les dérivées partielles secondes de f ?

Fiche 16

Quelles sont les dérivées partielles secondes de f ?

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x},\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \text{ et } \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

Fiche 17

A quelle condition a-t-on $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$?

Fiche 17

A quelle condition a-t-on $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$?

Si f est de classe $\mathcal{C}^2$

Fiche 18

Donner un développement limité d'ordre 2 de $f(x, y)$ en a sous la forme $f(a + (h, k)) = ...$

Fiche 18

Donner un développement limité d'ordre 2 de $f(x,y)$ en a sous la forme $f(a+(h,k)) = ...$

$$f(a+(h,k)) = f(a) + ph + qk + \frac{1}{2}\Big(rh^2 + 2shk + tk^2\Big) + o(\|(h,k)\|^2)$$

avec

$$p = \frac{\partial f}{\partial x}(a),\ q = \frac{\partial f}{\partial y}(a),\ r = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a),$$

$$s = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a) \text{ et } t = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(a)$$

Fiche 19

f présente un maximum local en a si

Prev Next

Fiche 19

f présente un maximum local en a si

$f(v) \leqslant f(a)$ dans une boule autour de a.

Fiche 20

f présente un minimum local en a si

Fiche 20

f présente un minimum local en a si

$f(v) \geqslant f(a)$ dans une boule autour de a.

Fiche 21

Un extremum de f est ...

Prev Next

Fiche 21

Un extremum de f est ...

un maximum ou un minimum de f.

Fiche 22

Si f présente un extremum local en a, alors son gradient en a est ?

Fiche 22

Si f présente un extremum local en a, alors son gradient en a est ?

nul.

Fiche 23

a est un point critique de f signifie...

Fiche 23

a est un point critique de f signifie...

$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, f(a)$ est nul

Fiche 24

Si a est un point critique de f, comment savoir plus précisément quel type de point c'est ?

Fiche 24

Si a est un point critique de f, comment savoir plus précisément quel type de point c'est ?

On calcule au point a la quantité $s^2 - rt$.

- si $s^2 - rt < 0$, a est un extremum local de f
  - si $r > 0$, minimum local
  - si $r < 0$, maximum local .
- si $s^2 - rt > 0$, a est un point col.
- si $s^2 - rt = 0$, alors on ne peut pas conclure.