Révisions

Equations différentielles linéaires

Afficher une page à la fois seulement.
Une page : une question
page suivante : la réponse.

Fiche 1

Sur quel type d'équation du premier ordre porte ce cours ?
Et ça veut dire quoi, premier ordre ?

Fiche 1

Sur quel type d'équation du premier ordre porte ce cours ?
Et ça veut dire quoi, premier ordre ?

$$\alpha(t)y'(t) + \beta(t)y(t) = \gamma(t)$$

avec α, β, γ des fonctions.
premier ordre signifie que y est dérivé une seule fois.

Fiche 2

Donner brièvement les étapes d'une résolution d'équation différentielle linéaire du premier ordre ou du second ordre.

Prev Next

Fiche 2

Donner brièvement les étapes d'une résolution d'équation différentielle linéaire du premier ordre ou du second ordre.

1. solutions y_h homogène .
2. On devine y_p la forme d'une solution particulière. On reporte y_p dans l'équation (E) afin de la déterminer complètement.
3. $y = y_h + y_p$
4. Conditions initiales pour déterminer les constantes.

Fiche 3

Pour résoudre

$$\alpha(t)y'(t) + \beta(t)y(t) = \gamma(t)$$

quelle est la première opération à faire ?

Fiche 3

Pour résoudre

$$\alpha(t)y'(t) + \beta(t)y(t) = \gamma(t)$$

quelle est la première opération à faire ?

Tout diviser par $\alpha(t)$ pour ne plus rien avoir devant y'.

Fiche 4

Donner les solutions de l'équation différentielle $y' + a(t)y = 0$. Comment s'appelle ce type d'équation ?

Fiche 4

Donner les solutions de l'équation différentielle $y' + a(t)y = 0$.
Comment s'appelle ce type d'équation ?

$$y_h(t) = \lambda\,\mathrm{e}^{-A(t)}$$

où λ est une constante et A est une primitive de a.
C'est une équation homogène.

Fiche 5

$$y' + ay = P(t)$$

où a constante et P un polynôme de degré n.
Donner la forme d'une solution particulière y_p.

Fiche 5

$$y' + ay = P(t)$$

où a constante et P un polynôme de degré n.
Donner la forme d'une solution particulière y_p.

$y_p = R(t)$ est un polynôme inconnu de degré n

Fiche 6

$$y' + ay = Pe^{mt}$$

où a, m constantes et P un polynôme de degré n.
Donner la forme d'une solution particulière y_p.

Fiche 6

$$y' + ay = Pe^{mt}$$

où a, m constantes et P un polynôme de degré n.
Donner la forme d'une solution particulière y_p.

$$y_p = Qe^{mt}$$

avec Q un pôlynome inconnu
de degré n si $m \neq -a$
de degré $n+1$ si $m = -a$.

Fiche 7

$$y' + ay = P\cos(mt) \text{ ou } P(t)\sin(mt)$$

Donner la méthode complexe pour une solution particulière y_p.

Fiche 7

$$y' + ay = P\cos(mt) \text{ ou } P(t)\sin(mt)$$

Donner la méthode complexe pour une solution particulière y_p.

équation complexe $z' + az = P(t)e^{imt}$. On cherche $z_p(t) = R(t)e^{imt}$ avec R un polynôme de même degré que P.

- Si $b(t) = P\cos(mt)$, alors $y_p = \mathrm{Re}(z_P)$.
- SI $b(t) = P(t)\sin(mt)$, alors $y_p = \mathrm{Im}(z_P)$.

Fiche 8

On cherche une solution particulière y_p de $y' + a(t)y = b(t)$ et les solutions simples ne marchent pas. Décrire la méthode à employer.

Fiche 8

On cherche une solution particulière y_p de $y' + a(t)y = b(t)$ et les solutions simples ne marchent pas. Décrire la méthode à employer.

Variation de la constante : On prend comme modèle la solution homogène $y_h = \lambda e^{-A(t)}$. On pose $y_p(t) = \lambda(t)e^{-A(t)}$ avec $\lambda(t)$ une fonction à déterminer. On reporte dans l'équation différentielle, on isole λ' et on primitive pour trouver λ. On remplace dans y_p pour finir.

Fiche 9

Quelle est la forme des solutions d'une équation différentielle linéaire ? (premier ordre et second ordre)

Fiche 9

Quelle est la forme des solutions d'une équation différentielle linéaire ? (premier ordre et second ordre)

$$y = y_p + y_h$$

avec y_h les solutions de l'équation homogène et y_p une solution particulière.

Fiche 10

A quoi servent les conditions initiales ? (premier ordre et second ordre)

Fiche 10

A quoi servent les conditions initiales ? (premier ordre et second ordre)

à déterminer la ou les constantes dans les solutions homogènes y_h

Fiche 11

Sur quel type d'équation du second ordre porte ce cours ?
Et ça veut dire quoi, second ordre ?

Fiche 11

Sur quel type d'équation du second ordre porte ce cours ?
Et ça veut dire quoi, second ordre ?

$$ay'' + by' + cy = d(t)$$

avec a, b, c des constantes.
second ordre signifie que y est dérivé deux fois.

Fiche 12

Donner les solutions de

$$ay'' + by' + cy = 0$$

Fiche 12

Donner les solutions de

$$ay'' + by' + cy = 0$$

$ar^2 + br + c = 0$ avec son discriminant Δ.

Si $\Delta > 0$, alors deux racines r_1 et r_2. Les solutions sont

$$y_h(t) = \lambda\,\mathrm{e}^{r_1 t} + \mu\,\mathrm{e}^{r_2 t}$$

Si $\Delta = 0$, unique racine r_0. Les solutions sont $y_h(t) = (\lambda t + \mu)\,\mathrm{e}^{r_0 t}$

Si $\Delta < 0$, deux racines complexes conjuguées $r = \alpha + i\beta$ et $\overline{r} = \alpha - i\beta$.

Les solutions sont

$$y_h(t) = \mathrm{e}^{\alpha t}\big(\lambda\cos(\beta t) + \mu\sin(\beta t)\big)$$

avecλ, μ des constantes.

Fiche 13

Donner y_p une solution particulière de $ay'' + by' + cy = P(t)\,\mathrm{e}^{mt}$, avec P polynome de degré n et m est la racine double de l'équation caractéristique

Fiche 13

Donner y_p une solution particulière de $ay'' + by' + cy = P(t)\,\mathrm{e}^{mt}$, avec P polynome de degré n et m est la racine double de l'équation caractéristique

---

$$y_p(t) = t^2 \times R(t)\,\mathrm{e}^{mt}$$

où R est un polynôme inconnu de degré n. On reporte y_p dans l'équation (E) pour déterminer les coefficients de R.

Fiche 14

Donner y_p une solution particulière de $ay'' + by' + cy = P(t)\,\mathrm{e}^{mt}$, avec P polynome de degré n et m n'étant pas une racine de l'équation caractéristique.

Fiche 14

Donner y_p une solution particulière de $ay'' + by' + cy = P(t)\,\mathrm{e}^{mt}$, avec P polynome de degré n et m n'étant pas une racine de l'équation caractéristique.

$$y_p(t) = R(t)\,\mathrm{e}^{mt}$$

où R est un polynôme inconnu de degré n. On reporte y_p dans l'équation (E) pour déterminer les coefficients de R.

Prev Next

Fiche 15

Donner y_p une solution particulière de $ay'' + by' + cy = P(t)\,\mathrm{e}^{mt}$, avec P polynome de degré n et m est une racine simple de l'équation caractéristique.

Fiche 15

Donner y_p une solution particulière de $ay'' + by' + cy = P(t)\,\mathrm{e}^{mt}$, avec P polynome de degré n et m est une racine simple de l'équation caractéristique.

$$y_p(t) = t \times R(t)\,\mathrm{e}^{mt}$$

où R est un polynôme inconnu de degré n. On reporte y_p dans l'équation (E) pour déterminer les coefficients de R.

Fiche 16

Donner la méthode pour trouver y_p une solution particulière de $ay'' + by' + cy = P(t)\cos(mt)$ ou $= P(t)\sin(mt)$, avec P polynôme de degré n et m constantes.

Fiche 16

Donner la méthode pour trouver y_p une solution particulière de $ay'' + by' + cy = P(t)\cos(mt)$ ou $= P(t)\sin(mt)$, avec P polynôme de degré n et m constantes.

équation complexe $az'' + bz' + cz = P(t)\,\mathrm{e}^{imt}$ On cherche une solution particulière z_p. Puis on revient dans $\mathbb{R}$:

— Si le second membre était $P(t)\cos(mt)$, alors $y_p = \mathrm{Re}(z_p)$

— Si le second membre était $P(t)\sin(mt)$, alors $y_p = \mathrm{Im}(z_p)$

Fiche 17

Donner la méthode pour trouver d y_p une solution particulière de $ay'' + by' + cy = P(t)\,\mathrm{e}^{kt}\cos(mt)$ ou $= P(t)\,\mathrm{e}^{kt}\sin(mt)$, avec P polynôme de degré n et m, k constantes.

Fiche 17

Donner la méthode pour trouver d y_p une solution particulière de $ay'' + by' + cy = P(t)\,\mathrm{e}^{kt}\cos(mt)$ ou $= P(t)\,\mathrm{e}^{kt}\sin(mt)$, avec P polynôme de degré n et m, k constantes.

---

on passe aussi aux complexes

$$az'' + bz' + cz = P(t)\,\mathrm{e}^{(k+im)t}$$

et après, même méthode que précédemment.

Fiche 18

Si on doit chercher une solution particulière d'une equation différentielle (premier ou second ordre) ayant pour second membre $d_1(t) + d_2(t)$, que faire ?

Fiche 18

Si on doit chercher une solution particulière d'une equation différentielle (premier ou second ordre) ayant pour second membre $d_1(t) + d_2(t)$, que faire ?

Principe de superposition. On fait une solution particulière y_{p1} avec le second membre d_1, puis une solution particulière y_{p2} avec le second membre d_2. La solution particulière est alors $y_p = y_{p1} + y_{p2}$