Révisions

Polynôme

Afficher une page à la fois seulement.
Une page : une question
page suivante : la réponse.

Fiche 1

C'est quoi un polynôme ?

Fiche 1

C'est quoi un polynôme ?

C'est une fonction qui s'écrit sous la forme

$$aX^n + bX^{n-1} + \cdots + hX + g$$

avec $a, b, ...h, g$ des constantes et X^k une notation pour la fonction $x \to x^k$.

Fiche 2

Quel est le degré d'un polynôme et son terme dominant ?

Fiche 2

Quel est le degré d'un polynôme et son terme dominant ?

Le degré est la plus grande puissance de X et le coefficient dominant est le coefficient de cette puissance de X.

Fiche 3

C'est quoi $\mathbb{R}[X]$ et $\mathbb{R}_n[X]$?

Fiche 3

C'est quoi $\mathbb{R}[X]$ et $\mathbb{R}_n[X]$?

$\mathbb{R}[X]$ est l'ensemble des polynômes.
$\mathbb{R}_n[X]$ est l'ensemble des polynômes de degré inférieur ou égale à n.

Fiche 4

Si P un polynome vérifie $P = 0$ (polynôme nul), que peut-on dire sur P ?

Fiche 4

Si P un polynome vérifie $P = 0$ (polynôme nul), que peut-on dire sur P ?

Tous les coefficients de P sont nuls.

Fiche 5

Au fait, c'est quoi le polynôme nul et son degré ?

Fiche 5

Au fait, c'est quoi le polynôme nul et son degré ?

C'est la fonction constante égale à 0, il est de degré $-\infty$.

Fiche 6

Si P et Q sont des polynômes, que vaut $deg(PQ)$?

Fiche 6

Si P et Q sont des polynômes, que vaut $deg(PQ)$?

$deg(P) + deg(Q)$.

Fiche 7

On fait la division euclidienne de A par B, on obtient comme quotient Q et comme reste R. Quelle est la relation qui lie ces polynômes et quelle propriété a R ?

Fiche 7

On fait la division euclidienne de A par B, on obtient comme quotient Q et comme reste R. Quelle est la relation qui lie ces polynômes et quelle propriété a R ?

$$A = BQ + R \text{ et } deg(R) < deg(B).$$

Fiche 8

Qu'est-ce que ça veut dire que A divise B ?

Fiche 8

Qu'est-ce que ça veut dire que A divise B ?

$B = AQ$ avec Q un polynôme.

Fiche 9

Dire que α est une racine de P signifie quoi et quelle propriété peut-on en déduire ?

Fiche 9

Dire que α est une racine de P signifie quoi et quelle propriété peut-on en déduire ?

$P(\alpha) = 0$ et $(X - \alpha)$ divise P.

Fiche 10

C'est quoi l'ordre de multiplicité d'une racine α de P ? Quel lien avec les dérivées de P ?

Fiche 10

C'est quoi l'ordre de multiplicité d'une racine α de P ? Quel lien avec les dérivées de P ?

C'est la puissance k maximale telle que $(X-\alpha)^k$ divise P. α est une racine de P, P', P"... jusqu'à la dérivée $k-1$-ième, et $P^{(k)}$ d'admet pas α comme racine.

Fiche 11

Un polynôme de degré n a combien de racines ?

Fiche 11

Un polynôme de degré n a combien de racines ?

---

n en comptant avec les ordres de multiplicité

Fiche 12

Si un polynôme de degré inférieur ou égal à n a $n+1$ racines (ou plus), que peut-on dire ?

Fiche 12

Si un polynôme de degré inférieur ou égal à n a $n+1$ racines (ou plus), que peut-on dire ?

c'est le polynôme nul.

Fiche 13

Si deux polynôme de degré inférieur ou égal à n coïncident sur $n+1$ valeurs (ou plus), que peut-on dire ?

Prev Next

Fiche 13

Si deux polynôme de degré inférieur ou égal à n coïncident sur $n+1$ valeurs (ou plus), que peut-on dire ?

Ils sont égaux.

Fiche 14

Dans $\mathbb{C}[X]$, un polynôme de degré n a combien de racines ? Peut-on le factoriser ?

Fiche 14

Dans $\mathbb{C}[X]$, un polynôme de degré n a combien de racines ? Peut-on le factoriser ?

Exactement n racines en comptant avec les ordres de multiplicité. On peut toujours le factoriser entièrement.

Fiche 15

Sur $\mathbb{C}[X]$, à quoi peut ressembler une factorisation d'un polynôme P ?

Fiche 15

Sur $\mathbb{C}[X]$, à quoi peut ressembler une factorisation d'un polynôme P ?

$$P = a(X-\alpha)^n(X-\beta)^m \cdots (X-\gamma)^p$$

Fiche 16

Sur $\mathbb{R}[X]$, à quoi peut ressembler une factorisation d'un polynôme P

Fiche 16

Sur $\mathbb{R}[X]$, à quoi peut ressembler une factorisation d'un polynôme P

$P = a(X-\alpha)^n(X-\beta)^m \cdots (X-\gamma)^p(X^2+cX+d)^q \cdots (X^2+eX+f)^r$ avec des discriminants négatifs pour les trinômes du second degré.

Fiche 17

Si P est un polynôme à coefficients entiers, quelles racines entières peut-on tester ?

Fiche 17

Si P est un polynôme à coefficients entiers, quelles racines entières peut-on tester ?

Les diviseurs du coefficient constant de P.

Fiche 18

C'est quoi, $\mathbb{R}(X)$?

Fiche 18

C'est quoi, $\mathbb{R}(X)$?

C'est l'ensemble des fractions rationnelles $\frac{A}{B}$ avec A et B des polynômes.

Fiche 19

Une fraction rationnelle $\frac{A}{B}$ est irréductible si ....

Fiche 19

Une fraction rationnelle $\frac{A}{B}$ est irréductible si ....

A et B n'ont pas de diviseurs communs (sauf les polynômes constants non nuls)

Fiche 20

C'est quoi les racines et les pôles d'une fraction rationnelle $\frac{A}{B}$?

Fiche 20

C'est quoi les racines et les pôles d'une fraction rationnelle $\frac{A}{B}$?

Les racines sont les racines de A, et les pôles les racines de B.

Fiche 21

Quel est le degré d'une fraction rationnelle $\frac{A}{B}$?

Fiche 21

Quel est le degré d'une fraction rationnelle $\frac{A}{B}$?

$$deg(A) - deg(B)$$

Fiche 22

Donner en bref les étapes de la décomposition en élément simples de la fraction rationnelle $\frac{A}{B}$.

Fiche 22

Donner en bref les étapes de la décomposition en élément simples de la fraction rationnelle $\frac{A}{B}$.

division de A par B : $A = BQ + R$

$$\frac{A}{B} = Q + \frac{R}{B}$$

factorisation de B : racines α et trinômes à discriminant négatif $(X^2 + \beta X + \gamma)$
$\frac{R}{B}$ devient une somme d'éléments simples $\frac{\heartsuit}{(X-\alpha)^k}$ et $\frac{\heartsuit X + \heartsuit}{(X^2+\beta X+\gamma)^m}$
En prenant des valeurs pour X, on calcule les coefficients manquants.

Fiche 23

Si le dénominateur d'une fraction rationnelle contient $(X - \alpha)$ dans sa factorisation, quels éléments simples apparaissent ?
Et si c'est $(X - \alpha)^3$?

Fiche 23

Si le dénominateur d'une fraction rationnelle contient $(X - \alpha)$ dans sa factorisation, quels éléments simples apparaissent ?
Et si c'est $(X - \alpha)^3$?

$$\frac{a}{(X-\alpha)}$$

$$\frac{a}{(X-\alpha)} + \frac{b}{(X-\alpha)^2} + \frac{c}{(X-\alpha)^3}$$

Fiche 24

Si une fraction rationnelle a $\frac{a}{(X-\alpha)} + \frac{b}{(X-\alpha)^2} + \frac{c}{(X-\alpha)^3}$ comme partie polaire relatif au pôle α, quel est le coefficient le plus simple à calculer et comment ?

Fiche 24

Si une fraction rationnelle a $\frac{a}{(X-\alpha)} + \frac{b}{(X-\alpha)^2} + \frac{c}{(X-\alpha)^3}$ comme partie polaire relatif au pôle α, quel est le coefficient le plus simple à calculer et comment ?

C'est le terme de plus haut degré, le coefficient c. On multiplie l'expression par $(X-\alpha)^3$ et on prend $X = \alpha$.

Fiche 25

Si le dénominateur d'une fraction rationnelle contient $(aX^2 + bX + b)^2$ avec discriminant négatif dans sa factorisation, quels éléments simples apparaissent ?

Fiche 25

Si le dénominateur d'une fraction rationnelle contient $(aX^2 + bX + b)^2$ avec discriminant négatif dans sa factorisation, quels éléments simples apparaissent ?

$$\frac{cX+d}{(aX^2+bX+b)} + \frac{eX+f}{(aX^2+bX+b)^2}$$