Révisions 11

Complexes

Afficher une page à la fois seulement.
Une page : une question
page suivante : la réponse.

Fiche 1

Que représente la notation $\mathbb{C}$?

Fiche 1

Que représente la notation $\mathbb{C}$?

L'ensemble des nombres complexes, c'est-à-dire des nombres de la forme $a + ib$.

Fiche 2

Dans $\mathbb{C}$, que vaut i^2

Fiche 2

Dans $\mathbb{C}$, que vaut i^2

$$i^2 = -1$$

Fiche 3

Un nombre complexe z peut s'écrire de trois formes différentes. Donner le nom de chacune des formes et son allure.

Fiche 3

Un nombre complexe z peut s'écrire de trois formes différentes. Donner le nom de chacune des formes et son allure.

Forme algébrique $z = a + ib$
Forme trigonométrique
$z = \rho(\cos\theta + i\sin\theta)$
Forme exponentielle $z = \rho e^{i\theta}$

Prev Next

Fiche 4

Dans l'écriture $z = a + ib$, comment s'appellent a et b et de quel type de nombre sont-il ?

Fiche 4

Dans l'écriture $z = a + ib$, comment s'appellent a et b et de quel type de nombre sont-il ?

---

a et b sont des réels
a est la partie réelle de z ($\Re e(z)$)
b sa partie imaginaire ($\mathrm{Im}(z)$).

Fiche 5

Dans l'écriture $z = \rho e^{i\theta}$ ou $z = \rho(\cos\theta + i\sin\theta)$, que sont ρ et θ ? Quel type de nombre ?

Fiche 5

Dans l'écriture $z = \rho e^{i\theta}$ ou $z = \rho(\cos\theta + i\sin\theta)$, que sont ρ et θ ? Quel type de nombre ?

ρ est un réel positif et θ un réel.
$\rho = |z|$ est le module de z
$\theta = arg(z)$ un argument de z.

Fiche 6

Comment noter le module de $z = a + ib$ et le calculer ?

Fiche 6

Comment noter le module de $z = a + ib$ et le calculer ?

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Fiche 7

On a $z = a + ib = \rho e^{i\theta}$. Que représentent z, a, b, ρ et θ dans le plan complexe ?

Fiche 7

On a $z = a + ib = \rho e^{i\theta}$. Que représentent z, a, b, ρ et θ dans le plan complexe ?

---

z est l'affixe du point M de coordonnée (a, b)
a est l'abscisse de M
b l'ordonnée de M
ρ est la longueur OM
θ une mesure de l'angle entre $\vec{i}$ et $\overrightarrow{OM}$.

Fiche 8

Comment trouver la forme algébrique de $\frac{1}{a+ib}$?

Fiche 8

Comment trouver la forme algébrique de $\frac{1}{a+ib}$?

On multiplie en haut et en bas par le conjugué du dénominateur : $\frac{a-ib}{(a+ib)(a-ib)}$.

Fiche 9

Si $z = a + ib$, donner les formules permettant de calculer ρ et θ

Fiche 9

Si $z = a + ib$, donner les formules permettant de calculer ρ et θ

$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\cos\theta = \frac{a}{\rho}$$

$$\sin\theta = \frac{b}{\rho}$$

Fiche 10

Si $z = \rho e^{i\theta}$, donner sa partie réelle et sa partie imaginaire.

Fiche 10

Si $z = \rho e^{i\theta}$, donner sa partie réelle et sa partie imaginaire.

$$\Re e(z) = \rho \cos \theta$$

$$\operatorname{Im} m(z) = \rho \sin \theta$$

Prev Next

Fiche 11

$$\overline{z + z'} =$$

Fiche 11

$$\overline{z+z'} =$$

$$\overline{z} + \overline{z'}$$

Fiche 12

$$\overline{z - z'} =$$

Prev Next

Fiche 12

$$\overline{z - z'} =$$

$$\overline{z} - \overline{z'}$$

Fiche 13

$$\overline{zz'} =$$

Fiche 13

$$\overline{zz'} =$$

$$\overline{z} \times \overline{z'}$$

Fiche 14

$$\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} =$$

Fiche 14

$$\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} =$$

$$\frac{(\overline{z})}{(\overline{z'})}$$

Fiche 15

$$|zz'| =$$

Fiche 15

$$|zz'| =$$

$$|z| \times |z'|$$

Fiche 16

compléter la formule

$$|z + z'|...$$

Fiche 16

compléter la formule

$$|z + z'|...$$

$$\leqslant |z| + |z'|$$

Inégalité triangulaire !

Fiche 17

$$|z^n| =$$

Fiche 17

$$|z^n| =$$

$$|z|^n$$

Fiche 18

$$\left|\frac{z}{z'}\right| =$$

Fiche 18

$$\left|\frac{z}{z'}\right| =$$

$$= \frac{|z|}{|z'|}$$

Fiche 19

$\mathrm{e}^{i\theta} = ?$

Dans le plan complexe, l'image de ce nombre se situe où ?

Fiche 19

$\mathrm{e}^{i\theta} = ?$

Dans le plan complexe, l'image de ce nombre se situe où ?

$\mathrm{e}^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$

son image est sur le cercle unité, à l'angle θ.

Fiche 20

$$\mathrm{e}^{i(\theta+\varphi)} =$$

Fiche 20

$$\mathrm{e}^{i(\theta+\varphi)} =$$

$$\mathrm{e}^{i\theta} \times \mathrm{e}^{i\varphi}$$

Fiche 21

$$\frac{e^{i\theta}}{e^{i\varphi}} =$$

Fiche 21

$$\frac{e^{i\theta}}{e^{i\varphi}} =$$

$$e^{i(\theta-\varphi)}$$

Fiche 22

$$e^{in\theta} =$$

Fiche 22

$$e^{in\theta} =$$

$$(e^{i\theta})^n$$

Prev Next

Fiche 23

$$\frac{1}{e^{i\theta}} =$$

Fiche 23

$$\frac{1}{e^{i\theta}} =$$

$$e^{-i\theta}$$

Fiche 24

Donner les deux formules d'Euler

Fiche 24

Donner les deux formules d'Euler

$$\cos\theta = \frac{\mathrm{e}^{i\theta} + \mathrm{e}^{-i\theta}}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{\mathrm{e}^{i\theta} - \mathrm{e}^{-i\theta}}{2i}$$

Fiche 25

Comment linéariser une expression trigonométrique ? (en bref)

Fiche 25

Comment linéariser une expression trigonométrique ? (en bref)

On remplace les cos et sin par les formules d'Euler, on développe tout les produits et puissance. Puis on utilise les formules d'Euler pour retrouver des cos et des sin.

Fiche 26

Expliquer rapidement la méthode pour simplifier $z = \mathrm{e}^{i\alpha} + \mathrm{e}^{i\beta}$.

Fiche 26

Expliquer rapidement la méthode pour simplifier $z = \mathrm{e}^{i\alpha} + \mathrm{e}^{i\beta}$.

Méthode de l'angle moitié : On factorise par $^{i\frac{\alpha+\beta}{2}}$ de force et on voit apparaître une formule d'Euler.

Fiche 27

Comment utiliser la formule de Moivre pour déterminer $\cos(nx)$ et $\sin(nx)$?

Fiche 27

Comment utiliser la formule de Moivre pour déterminer $\cos(nx)$ et $\sin(nx)$?

On écrit la formule de Moivre $\cos(nx)+i\sin(nx) = (\cos x+i\sin x)^n$ et on développe. Ensuite, on identifie la partie réelle ($\cos(nx)$) et la partie imaginaire ($\sin(nx)$ du résultat.

Fiche 28

$$\cos\theta + i\sin\theta = ?$$

Fiche 28

$$\cos\theta + i\sin\theta = ?$$

$$\mathrm{e}^{i\theta}$$

Fiche 29

Pour $z = x + iy$ un complexe.
Que vaut e^z ?
Quel est le module et l'argument de e^z ?

Fiche 29

Pour $z = x + iy$ un complexe.
Que vaut e^z ?
Quel est le module et l'argument de e^z ?

$$e^z = e^{x+iy} = e^x e^{iy}$$

le module est e^x

l'argument y.

Prev Next

Fiche 30

Soit $\alpha e^{i\beta}$ un complexe, déterminer
$z = x + iy$ tel que $e^z = \alpha e^{i\beta}$
(en bref)

Fiche 30

Soit $\alpha e^{i\beta}$ un complexe, déterminer
$z = x + iy$ tel que $e^z = \alpha e^{i\beta}$
(en bref)

On a $e^x e^{iy} = \alpha e^{i\beta}$ donc
$e^x = \alpha$ (réel)
$y = \beta + 2k\pi$.

Fiche 31

C'est quoi, une racine carré d'un nombre complexe Δ ?

Fiche 31

C'est quoi, une racine carré d'un nombre complexe Δ ?

C'est un complexe δ vérifiant $\delta^2 = \Delta$.

Fiche 32

Donner en bref les deux méthodes pour déterminer les racines carrées d'un nombre complexe Δ ?

Fiche 32

Donner en bref les deux méthodes pour déterminer les racines carrées d'un nombre complexe Δ ?

Méthode 1. Si Δ se met sous forme exponentielle, on cherche $\delta = \rho e^{i\theta}$, qu'on reporte dans $\delta^2 = \Delta$. Puis on sépare le module et l'argument pour trouver ρ et θ. Attention, ne pas oublier les $2k\pi$!

Méthode 2. Si Δ se met sous forme algébrique, on cherche $\delta = a + ib$, qu'on reporte dans $\delta^2 = \Delta$. Puis on sépare partie réelle et imaginaire pour trouver a et b.

Fiche 33

Donner les solutions de
$az^2 + bz + c = 0.$

Fiche 33

Donner les solutions de
$az^2 + bz + c = 0$.

On note $\Delta = b^2 - 4ac$ le discriminant

- Si $\Delta = 0$, une racine double $\frac{-b}{2a}$.
- Si $\Delta \neq 0$, deux racines simples, on calcule δ une racine carré de Δ, et on a comme solutions $\frac{-b+\delta}{2a}$ et $\frac{-b-\delta}{2a}$

Fiche 34

C'est quoi les racines n-ième de 1 ?
Comment les calculer (en bref) ?

Fiche 34

C'est quoi les racines n-ième de 1 ? Comment les calculer (en bref) ?

Ce sont des nombres ω tels que $\omega^n = 1$. On pose $\omega = \rho e^{i\theta}$ et on reporte dans l'équation. En séparant module et argument, on a $\rho = 1$ et $\theta = \frac{2k\pi}{n}$, avec $k = 0, 1, \cdots, n-1$.

Fiche 35

les racines n-ième de 1 forment quelle figure géométriquement ?

Fiche 35

les racines n-ième de 1 forment quelle figure géométriquement ?

ça forme un polygone régulier à n coté sur le cercle unité.

Fiche 36

C'est quoi les racines n-ième de a (un complexe) ?
Il y en a combien ?

Fiche 36

C'est quoi les racines n-ième de a (un complexe) ?
Il y en a combien ?

Ce sont les nombres z tels que $z^n = a$.
Il y en a n (sauf si a est nul).

Fiche 37

Sous quelle forme doit être a pour pouvoir calculer facilement ses racines n-ièmes ?
Dans ce cas, on pose $z =$?

Fiche 37

Sous quelle forme doit être a pour pouvoir calculer facilement ses racines n-ièmes ?
Dans ce cas, on pose $z =?$

---

a doit être sous forme exponentielle, alors on pose $z = \rho e^{i\theta}$ et on reporte dans l'équation. En séparant module et argument, on trouve la valeur de ρ et les n valeurs de θ.