Révisions 7

Etude de Fonctions - 1

Afficher une page à la fois seulement.
Une page : une question
page suivante : la réponse.

Fiche 1

Quelles sont toutes les étapes pour l'étude d'une fonction f ?

Fiche 1

Quelles sont toutes les étapes pour l'étude d'une fonction f ?

1. Ensemble de définition et dérivation.
2. parité, périodicité, symétrie
3. Calcul et signe de la dérivée
4. Tableau de variations
5. Limites. Tangentes verticales/-horizontales, asymptotes verticales.
6. Etude asymptotique
7. Tracé de la courbe

Fiche 2

f une fonction et a un point de son ensemble de définition ou du bord.

Comment noter que f tend vers $-\infty$ en a et qu'est-ce que ça veut dire ?

Fiche 2

f une fonction et a un point de son ensemble de définition ou du bord.

Comment noter que f tend vers $-\infty$ en a et qu'est-ce que ça veut dire ?

$$\lim_{x\to a} f(x) = -\infty$$

f va jusqu'à l'infini en bas au voisinage de a.

Fiche 3

f une fonction et a un point de son ensemble de définition ou du bord.

Comment noter que f tend vers ℓ (réel) en a et qu'est-ce que ça veut dire ?

Fiche 3

f une fonction et a un point de son ensemble de définition ou du bord.

Comment noter que f tend vers ℓ (réel) en a et qu'est-ce que ça veut dire ?

$$\lim_{x \to a} f(x) = \ell$$

f est de plus en plus proche de ℓ au voisinage de a.

Fiche 4

f une fonction et a un point de son ensemble de définition ou du bord.

Comment noter que f tend vers $+\infty$ en a et qu'est-ce que ça veut dire ?

Fiche 4

f une fonction et a un point de son ensemble de définition ou du bord.

Comment noter que f tend vers $+\infty$ en a et qu'est-ce que ça veut dire ?

$$\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$$

f va jusqu'à l'infini en haut au voisinage de a.

Fiche 5

En calcul de limites (dans $\overline{\mathbb{R}}$)

$$+\infty \times (-\infty) =$$

Fiche 5

En calcul de limites (dans $\overline{\mathbb{R}}$)

$$+\infty \times (-\infty) =$$

$$+\infty \times (-\infty) = -\infty$$

Fiche 6

En calcul de limites (dans $\overline{\mathbb{R}}$)

$$x \times (+\infty) =$$

(selon la valeur de x)

Fiche 6

En calcul de limites (dans $\overline{\mathbb{R}}$)

$$x \times (+\infty) =$$

(selon la valeur de x)

Si $x > 0$, alors $x \times (+\infty) = +\infty$.
Si $x < 0$, alors $x \times (+\infty) = -\infty$.
Si $x = 0$, alors $x \times (+\infty)$ est une forme indéterminée.

Fiche 7

En calcul de limites (dans $\overline{\mathbb{R}}$), quelles sont les formes indéterminées ?

Fiche 7

En calcul de limites (dans $\overline{\mathbb{R}}$), quelles sont les formes indéterminées ?

$$0 \times \infty$$

$$+\infty - \infty$$

$$\frac{0}{0}$$

$$\frac{\infty}{\infty}$$

Fiche 8

Comment faire pour calculer la limite de

$$\lim (f(x))^{g(x)}$$

Pourquoi ?

Fiche 8

Comment faire pour calculer la limite de

$$\lim(f(x))^{g(x)}$$

Pourquoi ?

Il faut passer en exponentielle :

$$(f(x))^{g(x)} = e^{g(x)\ln(f(x))}$$

Il est strictement interdit de passer à la limite à la fois dans l'exposant et dans le terme en dessous.

Fiche 9

En calcul de limite, expliquer la technique du terme dominant.

Fiche 9

En calcul de limite, expliquer la technique du terme dominant.

Quand $x \to \infty$ et qu'on a une forme indéterminée

— , on factorise au numérateur par le terme le plus puissant
— idem au dénominateur.
— On simplifie les termes factorisé
— on calcule la limite.

Fiche 10

f et g deux fonctions avec

$$f \leqslant g$$

que peut-on dire
des limites de f et g en a ?

Fiche 10

f et g deux fonctions avec

$$f \leqslant g$$

que peut-on dire
des limites de f et g en a ?

On a

$$\lim_a f(x) \leqslant \lim_a g(x)$$

La limite conserve les inégalités larges.

Fiche 11

Comment utiliser le théorème des gendarmes pour calculer la limite de f en a ?

Fiche 11

Comment utiliser le théorème des gendarmes pour calculer la limite de f en a ?

On cherche deux fonctions g et h telles que

$$g \leqslant f \leqslant h \text{ en } a$$

$$\lim_a g = \lim_a h = \ell$$

Par théorème des gendarmes,

$$\lim_a f = \ell$$

Fiche 12

f et g deux fonctions avec

$$f \geqslant g$$

$$\lim_{a} g = +\infty$$

que peut-on dire pour f ?

Fiche 12

f et g deux fonctions avec

$$f \geqslant g$$

$$\lim_{a} g = +\infty$$

que peut-on dire pour f ?

$$\lim_{a} f = +\infty$$

Fiche 13

f et g deux fonctions avec

$$f \leqslant g$$

$$\lim_a g = -\infty$$

que peut-on dire pour f ?

Fiche 13

f et g deux fonctions avec

$$f \leqslant g$$

$$\lim_{a} g = -\infty$$

que peut-on dire pour f ?

$$\lim_{a} f = -\infty$$

Fiche 14

Que signifie que les fonctions f et g sont équivalentes en a ?
Comment ça se note ?

Fiche 14

Que signifie que les fonctions f et g sont équivalentes en a ? Comment ça se note ?

Cela signifie

$$\lim_a \frac{f(x)}{g(x)} = 1$$

on note

$$f \sim_a g$$

Fiche 15

A quoi est équivalent un polynôme ?

Fiche 15

A quoi est équivalent un polynôme ?

- A son terme de plus haut degré pour un équivalent en $+\infty$.
- A son terme de plus petit degré pour un équivalent en 0.

(tout le terme, y compris le coefficient devant !)

Prev Next

Fiche 16

Si ℓ est un réel non nul et

$$\lim_a f = \ell$$

alors f équivaut à quoi ?
la réciproque est-elle vrai ?

Fiche 16

Si ℓ est un réel non nul et

$$\lim_a f = \ell$$

alors f équivaut à quoi ?
la réciproque est-elle vrai ?

$$f \sim \ell$$

Et réciproquement c'est vrai. Si f équivaut à une constante, alors f converge vers cette constante.

Fiche 17

$$f \sim_a g$$

que peut-on dire des limites de f et g en a ?

Fiche 17

$$f \sim_a g$$

que peut-on dire des limites de f et g en a ?

---

f et g ont la même limite en a.

Fiche 18

Donner la formule de l’équivalent pour une fonction dérivable.
A quelle condition ?

Fiche 18

Donner la formule de l'équivalent
pour une fonction dérivable.
A quelle condition ?

$$f(x) - f(a) \sim_a f'(a)(x-a)$$

à condition que $f'(a) \neq 0$.

Fiche 19

Pour $x \to 0$,

$$\sin x \sim$$

Prev Next

Fiche 19

Pour $x \to 0$,

$$\sin x \sim$$

$$x$$

Fiche 20

Pour $x \to 0$,

$$\tan x \sim$$

Fiche 20

Pour $x \to 0$,

$$\tan x \sim$$

$$x$$

Fiche 21

Pour $x \to 0$,

$$\ln(1+x) \sim$$

Fiche 21

Pour $x \to 0$,

$$\ln(1+x) \sim$$

$$x$$

Fiche 22

Pour $x \to 0$,

$$e^x - 1 \sim$$

Fiche 22

Pour $x \to 0$,

$$e^x - 1 \sim$$

$$x$$

Fiche 23

Pour $x \to 0$,

$$(1+x)^\alpha - 1 \sim$$

Fiche 23

Pour $x \to 0$,

$$(1+x)^\alpha - 1 \sim$$

$$\alpha x$$

Prev Next

Fiche 24

Pour $x \to 0$,

$$1 - \cos x \sim$$

Fiche 24

Pour $x \to 0$,

$$1 - \cos x \sim$$

$$\frac{x^2}{2}$$

Fiche 25

En équivalent, quelles sont les opérations autorisées ?

Fiche 25

En équivalent, quelles sont les opérations autorisées ?

---

multiplier et diviser les équivalents.

Dans

$$f(y) \sim \underset{y \to a}{g}(y)$$

on peut remplacer y par $h(x)$ si $h(x) \to a$ quand $x \to b$:

$$f(h(x)) \sim x \to bg(h(x))$$

Fiche 26

En équivalent, quelles sont les opérations interdites ?

Fiche 26

En équivalent, quelles sont les opérations interdites ?

---

addition et soustraction
appliquer une fonction sur un équivalent
faire un équivalent à l'intérieur d'une fonction

Fiche 27

Dire que f continue en a signifie quoi ?
Quelle particularité a le graphe d'une fonction continue sur un intervalle ?

Fiche 27

Dire que f continue en a signifie quoi ?
Quelle particularité a le graphe d'une fonction continue sur un intervalle ?

$$\lim_{a} f(x) = f(a)$$

On peut tracer la fonction sans lever le crayon.

Fiche 28

Donner le théorème des valeurs intermédiaires.

Fiche 28

Donner le théorème des valeurs intermédiaires.

Si f est continue sur $[a, b]$, alors pour tout y compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe $c \in [a, b]$ tel que $f(c) = y$.

Fiche 29

Donner la définition d'une fonction périodique et d'une période, et la particularité de son graphe.

Fiche 29

Donner la définition d'une fonction périodique et d'une période, et la particularité de son graphe.

$$\forall x \quad , f(x+T) = f(x)$$

la période est T et le graphe a un motif de longueur T qui se répète.

Fiche 30

Donner la définition d'une fonction paire et la particularité de son graphe.

Fiche 30

Donner la définition d'une fonction paire et la particularité de son graphe.

$$\forall x \quad , f(-x) = f(x)$$

le graphe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Fiche 31

Donner la définition d'une fonction impaire et la particularité de son graphe.

Fiche 31

Donner la définition d'une fonction impaire et la particularité de son graphe.

$$\forall x, \quad f(-x) = -f(x)$$

le graphe est symétrique par rapport à l'origine.

Fiche 32

C'est quoi une asymptote oblique (éventuellement horizontale) en $+\infty$?

Fiche 32

C'est quoi une asymptote oblique (éventuellement horizontale) en $+\infty$?

C'est une droite $y = ax + b$ qui vérifie

$$\lim_{+\infty} f(x) - (ax + b) = 0$$

Fiche 33

Lors d'une étude asymptotique, qu'est-ce qu'on doit calculer pour trouver une asymptote oblique ?

Fiche 33

Lors d'une étude asymptotique, qu'est-ce qu'on doit calculer pour trouver une asymptote oblique ?

1. Si on n'a pas d'idée pour l'asymptote, $\lim_\infty \frac{f(x)}{x} = a$, puis $\lim_\infty f(x) - ax = b$. Alors l'asymptote est $y = ax + b$. Si ça ne marche pas, il n'y a pas d'asymptote.
2. (Chapitres ultérieurs) Utiliser la technique $h = \frac{1}{x}$ pour se ramener à développement limité en 0.

Fiche 34

Lors d'une étude asymptotique, si $\lim_{\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ que dire sur sa courbe ?

Fiche 34

Lors d'une étude asymptotique, si $\lim_{\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ que dire sur sa courbe ?

---

branche parabolique d'axe (Ox). La courbe monte doucement, comme la racine carrée ou le ln.

Fiche 35

Lors d'une étude asymptotique, si $\lim_{\infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$ que dire sur sa courbe ?

Fiche 35

Lors d'une étude asymptotique, si $\lim_{\infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$ que dire sur sa courbe ?

branche parabolique d'axe (Oy). La courbe monte très vite, comme le carré ou l'exponentielle.

Fiche 36

Lors d'une étude asymptotique, qu'est-ce qu'on doit calculer pour trouver une asymptote verticale ?

Fiche 36

Lors d'une étude asymptotique, qu'est-ce qu'on doit calculer pour trouver une asymptote verticale ?

ça ne se fait pas lors d'une étude asymptotique ! Mais lors du tableau de variation, si f a une limite infinie quand $x \to a$.