

## Révisions

---

### Systemèmes et matrices

Afficher une page à la fois seulement.

Une page : une question

page suivante : la réponse.

## Fiche 1

Un système d'équation linéaire,  
c'est ....

---

## Fiche 1

Un système d'équation linéaire,  
c'est ....

---

Systeme d'équation linéaire : Une grande accolade englobant plusieurs équations linéaires (c'est à dire que les inconnues sont justes multipliées par des nombres et additionnées)

## Fiche 2

Les solutions d'un système  
d'équation linéaire sont...

---

## Fiche 2

Les solutions d'un système  
d'équation linéaire sont...

---

Des valeurs qui vérifient **TOUTES**  
les équations du système en même  
temps.

## Fiche 3

un système homogène est

---

## Fiche 3

un système homogène est

---

un système dont le second membres  
(à droite du  $=$ ) vaut toujours 0.

## Fiche 4

Mettre le système suivant, d'inconnues  $x, y, z$ , sous forme matricielle.

$$\begin{cases} ax + by - cz = d \\ ex + fz = g \\ hz + ix + jy = k \end{cases}$$

---





## Fiche 4

Mettre le système suivant, d'inconnues  $x, y, z$ , sous forme matricielle.

$$\begin{cases} ax + by - cz = d \\ ex + fz = g \\ hz + ix + jy = k \end{cases}$$

$$AX = u \text{ avec}$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b & -c \\ e & 0 & f \\ i & j & h \end{pmatrix},$$

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, u = \begin{pmatrix} d \\ g \\ k \end{pmatrix}$$

## Fiche 5

Décrire les éléments de  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ .

---

## Fiche 5

Décrire les éléments de  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ .

---

Ce sont les matrices de  $n$  lignes et  $p$  colonnes dont les coefficients sont réels.

## Fiche 6

C'est quoi une matrice carrée de  
taille  $n$  ?

---

## Fiche 6

C'est quoi une matrice carrée de  
taille  $n$  ?

---

matrice de  $n$  lignes et  $n$  colonnes

## Fiche 7

C'est quoi la diagonale d'une matrice carrée ?

---

## Fiche 7

C'est quoi la diagonale d'une matrice carrée ?

la diagonale qui va du coin haut gauche au coin bas droit.



## Fiche 8

C'est quoi une matrice diagonale ?

---

## Fiche 8

C'est quoi une matrice diagonale ?

---

une matrice dont tous les coefficients qui ne sont pas sur la diagonale sont nuls.

## Fiche 9

C'est quoi l'identité de taille  $n$  ?

---

## Fiche 9

C'est quoi l'identité de taille  $n$  ?

---

$$I_n$$

une matrice carrée  $n \times n$  avec la diagonale de 1 et 0 partout ailleurs.

## Fiche 10

C'est quoi le zéro des matrices de  
taille  $n \times p$  ?

---

## Fiche 10

C'est quoi le zéro des matrices de taille  $n \times p$  ?

---

Une matrice  $n$  lignes et  $p$  colonnes dont tous les coefficients valent 0.

## Fiche 11

C'est quoi une matrice triangulaire supérieure ?

---

## Fiche 11

C'est quoi une matrice triangulaire supérieure ?

une matrice carrée dont tous les coefficients sous la diagonale sont nuls.



## Fiche 12

Comment additionner deux matrices  $A$  et  $B$  ?

---

## Fiche 12

Comment additionner deux matrices  $A$  et  $B$  ?

---

On additionne chaque coefficient de  $A$  par le coefficient de  $B$  qui est à la même position.

## Fiche 13

Comment multiplier une matrice  $A$   
par un nombre  $\lambda$ ?

---

## Fiche 13

Comment multiplier une matrice  $A$   
par un nombre  $\lambda$  ?

---

On multiplie chaque coefficient de  $A$   
par  $\lambda$

## Fiche 14

Comment trouver le coefficient de la ligne  $i$  et colonne  $j$  du produit de matrice  $AB$  ?

Est-ce qu'il y a des conditions sur  $A$  et  $B$  ?

---

## Fiche 14

Comment trouver le coefficient de la ligne  $i$  et colonne  $j$  du produit de matrice  $AB$  ?

Est-ce qu'il y a des conditions sur  $A$  et  $B$  ?

---

Pour calculer le coefficient de la ligne  $i$  et colonne  $j$  de  $AB$ , on prend la ligne  $i$  de  $A$  et la colonne  $j$  de  $B$ , on multiplie le premier coefficient avec le premier coefficient, le deuxième avec le deuxième, etc ... et on additionne le tout.

Il faut que le nombre de colonne de  $A$  soit le même que le nombre de ligne de  $B$ .

## Fiche 15

Si  $AB = 0$ , que peut-on dire de  $A$   
ou  $B$  ?

---

## Fiche 15

Si  $AB = 0$ , que peut-on dire de  $A$   
ou  $B$  ?

---

Rien ! la règle du produit nul ne  
marche pas.



## Fiche 16

$A$  est inversible si...

---

## Fiche 16

$A$  est inversible si...

---

si  $A$  possède un inverse, c'est-à-dire une matrice qu'on note  $A^{-1}$  telle que

$$AA^{-1} = I, \quad A^{-1}A = I$$

## Fiche 17

$I$  la matrice identité.

$$I^{-1} =$$

---

## Fiche 17

$I$  la matrice identité.

$$I^{-1} =$$

$$I$$

## Fiche 18

$$(A^{-1})^{-1} =$$

## Fiche 18

$$(A^{-1})^{-1} =$$

$$A$$

## Fiche 19

$$(AB)^{-1} =$$

## Fiche 19

$$(AB)^{-1} =$$

$$B^{-1}A^{-1}$$



## Fiche 20

$$(\lambda A)^{-1} =$$

## Fiche 20

$$(\lambda A)^{-1} =$$

$$\frac{1}{\lambda} A^{-1}$$

## Fiche 21

$$(A^n)^{-1} =$$

## Fiche 21

$$(A^n)^{-1} =$$

$$A^{-n} = (A^{-1})^n$$

## Fiche 22

On a un système mis sous forme matricielle  $AX = B$ . En connaissant  $A^{-1}$ , que peut-on dire sur les solutions du système ?  
Et si  $A^{-1}$  n'existe pas ?

---

## Fiche 22

On a un système mis sous forme matricielle  $AX = B$ . En connaissant  $A^{-1}$ , que peut-on dire sur les solutions du système ?  
Et si  $A^{-1}$  n'existe pas ?

---

Si  $A^{-1}$  existe, il y a une unique solution  $X = A^{-1}B$ .

Si  $A^{-1}$  n'existe pas, on ne peut rien dire sur les solutions.

## Fiche 23

C'est quoi la transposée de  $A$  ?

---

## Fiche 23

C'est quoi la transposée de  $A$  ?

---

C'est  ${}^t A$ , la matrice dont les lignes sont les colonnes de  $A$ , ou encore la symétrique de  $A$  par rapport à la diagonale.



## Fiche 24

Donner les opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice.

---

## Fiche 24

Donner les opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice.

---

$L_i \leftarrow \lambda L_i + \alpha L_j$ , multiplier la ligne  $i$  par  $\lambda \neq 0$  puis ajouter un multiple d'une autre ligne  $L_j$ .

$L_i \leftarrow \alpha L_i$ , multiplier la ligne  $i$  par  $\alpha \neq 0$

$L_i \leftrightarrow L_j$  échanger les ligne  $i$  et  $j$

## Fiche 25

Dans la méthode du Pivot de Gauss (partiel ou total), quelles sont les règles pour le choix d'un pivot ?

---

## Fiche 25

Dans la méthode du Pivot de Gauss (partiel ou total), quelles sont les règles pour le choix d'un pivot ?

---

Le pivot doit être différent de 0, pas plus d'un pivot par ligne et par colonne. On encadre le pivot choisi et il reste encadré jusqu'à la fin de la méthode.

## Fiche 26

à quoi sert un pivot dans la  
méthode du pivot de Gauss partiel ?  
Total ? Comment on l'utilise ?

---



## Fiche 26

à quoi sert un pivot dans la méthode du pivot de Gauss partiel ? Total ? Comment on l'utilise ?

---

Le pivot sert à éliminer les termes situés dans la même colonne que lui. Pour le pivot partiel, on élimine les termes dans les lignes sans termes encadrés (autres pivot). Pour le pivot total, on élimine tous les termes sauf le pivot.

Pour y arriver on utilise des opérations de lignes

$L_i \leftarrow \alpha L_i + \beta L_j$ , avec  $L_j$  la ligne du pivot, et  $\alpha, \beta$  des nombres à ajuster pour faire disparaître le terme de la ligne  $i$  qui est dans la même colonne que le pivot choisi.

## Fiche 27

Quand arrêter la méthode du Pivot  
de Gausse partiel ? et Total ?

---



## Fiche 27

Quand arrêter la méthode du Pivot de Gausse partiel ? et Total ?

---

On arrête le pivot partiel et total quand on ne peut plus choisir de pivot.

## Fiche 28

Dans quelle situation utiliser la méthode du pivot de Gauss partiel ou total ?

---

## Fiche 28

Dans quelle situation utiliser la méthode du pivot de Gauss partiel ou total ?

On utilise le Pivot partiel pour avoir des informations sur les solutions d'un système d'équation linéaire.

On utilise le pivot total pour calculer l'inverse d'une matrice.

## Fiche 29

Dans un pivot partiel, c'est quoi une équation principale et une équation auxiliaire ? Une inconnue principale et une inconnue auxiliaire ?

---

## Fiche 29

Dans un pivot partiel, c'est quoi une équation principale et une équation auxiliaire ? Une inconnue principale et une inconnue auxiliaire ?

---

Une équation principale contient un pivot, une équation auxiliaire n'en contient pas. Une inconnue principale a un pivot, et une inconnue auxiliaire n'en n'a pas.

## Fiche 30

C'est quoi le rang d'un système ou d'une matrice ?

---

## Fiche 30

C'est quoi le rang d'un système ou d'une matrice ?

---

C'est le nombre de pivot à la fin de la méthode du Pivot de Gauss.

## Fiche 31

à la fin du Pivot de Gauss, un système a une équation de la forme

$$0 = b.$$

Que dire sur les solutions du système ?

---



## Fiche 31

à la fin du Pivot de Gauss, un système a une équation de la forme

$$0 = b.$$

Que dire sur les solutions du système ?

---

il n'y a pas de solution.

## Fiche 32

à la fin du Pivot de Gauss, un système a toutes ses inconnues principales.

Que dire sur les solutions du système ?

---

## Fiche 32

à la fin du Pivot de Gauss, un système a toutes ses inconnues principales.

Que dire sur les solutions du système ?

---

il y a une unique solution qu'on peut déterminer en reportant les valeurs d'une ligne à l'autre, en déterminant la valeur "pivot" à chaque ligne.

## Fiche 33

à la fin du Pivot de Gauss, un système a des inconnues auxiliaires.

Que dire sur les solutions du système ?

---

## Fiche 33

à la fin du Pivot de Gauss, un système a des inconnues auxiliaires.

Que dire sur les solutions du système ?

---

Il a une infinité de solution. on remplace les inconnues auxiliaires par des paramètres et on exprime les solutions avec ces paramètres.

## Fiche 34

Comment calculer l'inverse d'une matrice  $A$  avec la méthode du Pivot ?

---

## Fiche 34

Comment calculer l'inverse d'une matrice  $A$  avec la méthode du Pivot ?

On utilise la méthode du pivot total en appliquant les mêmes opérations sur la matrice identité que sur  $A$ . à la fin, on divise les lignes pour avoir des 1 sur tous les pivots et on les place sur la diagonale en échangeant les lignes. On obtient l'identité à la place de  $A$ , et  $A^{-1}$  à la place de l'identité.