Révisions

Géométrie (2)

Afficher une page à la fois seulement.
Une page : une question
page suivante : la réponse.

Fiche 1

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs, la notation $(\vec{u}, \vec{v})$ a quelles significations (deux possibilités) ?

Fiche 1

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs, la notation $(\vec{u}, \vec{v})$ a quelles significations (deux possibilités) ?

Selon le contexte :

— le couple des deux vecteurs

— la valeur de l'angle allant du vecteur $\vec{u}$ au vecteur $\vec{v}$

Fiche 2

$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$ est ... (sans formule)

Fiche 2

$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$ est ... (sans formule)

Le produit scalaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Fiche 3

Donner toutes les manières de calculer $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$.

Fiche 3

Donner toutes les manières de calculer $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$.

$$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\| \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

si $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$. H le projeté orthogonal de C sur (AB). Alors $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} =$

- $AB \times AH$,si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont dans le même sens
- $-AB \times AH$,si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de sens opposés.

Si $\vec{u}(x, y, z)$ et $\vec{v}(x', y', z')$ en b.o.n

$$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = xx' + yy' + zz'$$

Fiche 4

Comment calculer une longueur d'un vecteur $\vec{u}$ avec un produit scalaire ? et en base orthonormale ?

Fiche 4

Comment calculer une longueur d'un vecteur $\vec{u}$ avec un produit scalaire ? et en base orthonormale ?

La longueur de $\vec{u}$ est

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$$

En base orthonormale, $\vec{u}(x, y, z)$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Fiche 5

Comment calculer une longueur d'un segment AB avec un produit scalaire ? et en base orthonormale ?

Fiche 5

Comment calculer une longueur d'un segment AB avec un produit scalaire ? et en base orthonormale ?

La longueur du segment AB est

$$AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}}$$

Pour les points, $A(x_A, y_A, z_A)$ et $B(x_B, y_B, z_B)$, alors $AB =$

$$\sqrt{\begin{array}{l}(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 \\ +(z_B - z_A)^2\end{array}}$$

Fiche 6

Donner la relation entre le produit scalaire et l'orthogonalité.

Fiche 6

Donner la relation entre le produit scalaire et l'orthogonalité.

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux (à angle droit) si et seulement si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

Fiche 7

Comment calculer les coordonnées d'un vecteur $\vec{u}$ dans une bond $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ avec des produits scalaires ?

Fiche 7

Comment calculer les coordonnées d'un vecteur $\vec{u}$ dans une bond $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ avec des produits scalaires ?

$$x = \vec{u} \cdot \vec{i},\ y = \vec{u} \cdot \vec{j},\ z = \vec{u} \cdot \vec{k}$$

Fiche 8

Dans le plan, quels sont toutes les manières de calculer un déterminant ? Et pour combien de vecteurs ?

Fiche 8

Dans le plan, quels sont toutes les manières de calculer un déterminant ? Et pour combien de vecteurs ?

Pour DEUX vecteurs $\vec{u}(x, y)$ et $\vec{v}(x', y')$, avec les coordonnées :

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - yx'$$

Avec angle et distances $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin(\vec{u}, \vec{v})$.

Fiche 9

Dans le plan, le déterminant de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ permet de connaître quelle propriété géométrique ?

Fiche 9

Dans le plan, le déterminant de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ permet de connaître quelle propriété géométrique ?

La colinéarité.
$\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ équivaut à $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Fiche 10

Dans l'espace, pour combien de vecteurs peut-on calculer un déterminant ? comment se note-t-il ? Et quelle méthode doit-on utiliser pour le calculer ?

Fiche 10

Dans l'espace, pour combien de vecteurs peut-on calculer un déterminant ? comment se note-t-il ? Et quelle méthode doit-on utiliser pour le calculer ?

Pour TROIS vecteurs $\vec{u}(x, y, z)$, $\vec{v}(x', y', z')$ et $\vec{w}(x'', y'', z'')$, ça se note

$$\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}) = \begin{vmatrix} x & x' & x'' \\ y & y' & y'' \\ z & z' & z'' \end{vmatrix}$$

on utilise un développement en ligne ou en colonne pour le calculer.

Fiche 11

Dans le développement en ligne d'un determinant, on additionne des terme en suivant une des lignes du déterminant. De quoi est composé chaque terme ?

Fiche 11

Dans le développement en ligne d'un determinant, on additionne des terme en suivant une des lignes du déterminant. De quoi est composé chaque terme ?

1. Un coefficient de la ligne
2. un signe $+$ ou $-$ (damier qui commence par $+$)
3. un déterminant où on a enlevé la ligne et la colonne du coefficient

Fiche 12

Comment savoir si trois vecteurs de l'espace forment une base par un calcul ?

Fiche 12

Comment savoir si trois vecteurs de l'espace forment une base par un calcul ?

On calcule leur déterminant.

- Si il est nul, ce n'est pas une base.
- Si il est non nul, c'est une base.

Fiche 13

Le déterminant dans l'espace est lié à quelle propriétés géométrique ?

Fiche 13

Le déterminant dans l'espace est lié à quelle propriétés géométrique ?

à la coplanarité.

— Si le déterminant de trois vecteurs est nul, alors les vecteurs sont coplanaires.
— Si le déterminant est non nul, alors les vecteurs ne sont pas coplanaires.

Fiche 14

Donner toutes les manières de calculer le produit vectoriel $\vec{u} \wedge \vec{v}$ dans l'espace. Et dans le plan ?

Fiche 14

Donner toutes les manières de calculer le produit vectoriel $\vec{u} \wedge \vec{v}$ dans l'espace. Et dans le plan ?

$$\|\vec{u}\|\|\vec{v}\| \sin(\vec{u}, \vec{v})\vec{n}$$

avec $\vec{n}$ de norme 1 et orthogonal à $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Si $\vec{u}(x, y, z)$ et $\vec{v}(x', y', z')$, alors

$$\left(\begin{vmatrix} y & y' \\ z & z' \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} z & z' \\ x & x' \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} \right)$$

Il n'y a pas de produit vectoriel dans le plan ! !

Fiche 15

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs orthogonaux et de norme 1, comme faire une base orthonormale directe de l'espace ?

Fiche 15

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs orthogonaux et de norme 1, comme faire une base orthonormale directe de l'espace ?

On calcule $\vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{v}$.
Alors $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est une bond.

Fiche 16

Qu'est-ce que le barycentre G du système de point $(A, \alpha), (B, \beta)(C, \gamma)$? Est-ce qu'il existe toujours ?

Fiche 16

Qu'est-ce que le barycentre G du système de point $(A, \alpha), (B, \beta)(C, \gamma)$? Est-ce qu'il existe toujours ?

C'est le seul point G tel que

$$\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} + \gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

Il n'existe que si la somme des poids $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$

Fiche 17

Donner les coordonnées de G, barycentre du système de point $(A,\alpha),(B,\beta)(C,\gamma)$.

Fiche 17

Donner les coordonnées de G, barycentre du système de point $(A,\alpha),(B,\beta)(C,\gamma)$.

$$x_G = \frac{(\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C)}{\alpha+\beta+\gamma},$$

$$y_G = \frac{(\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C)}{\alpha+\beta+\gamma}$$

Fiche 18

Que vaut $\overrightarrow{MG}$ avec M un point quelconque et G, barycentre du système de point $(A, \alpha), (B, \beta)(C, \gamma)$.

Fiche 18

Que vaut $\overrightarrow{MG}$ avec M un point quelconque et G, barycentre du système de point $(A, \alpha), (B, \beta)(C, \gamma)$.

$$\overrightarrow{MG} = \frac{1}{\alpha + \beta + \gamma}\left(\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC}\right)$$