

Les bases du calcul

(2)

Plan

1 Les fractions

2 Les puissances et la racine carrée

Fraction

$$\boxed{\text{Numerateur}} \div \boxed{\text{Denominateur}} = \frac{\boxed{\text{Numerateur}}}{\boxed{\text{Denominateur}}}$$

$\frac{1}{3}$ est le résultat de 1 divisé par 3 $\rightarrow 0,333333333333333\dots$

$\frac{6}{2}$ peut s'écrire 3.

Simplifier Enlever un facteur commun au numérateur et au dénominateur :

$$\frac{12x^2}{20x} = \frac{3 \times \boxed{4 \times x} \times x}{5 \times \boxed{4 \times x}} = \frac{3x}{5}$$

Attention !

$$\frac{2x + \boxed{3}}{\boxed{3}t} \rightarrow \text{NON!}$$

Pour une fraction compliquée : factorisation au numérateur et au dénominateur.

$$\frac{2x - x^2 + 7xe^x}{3x - xe^x} = \frac{x(2 - x + 7e^x)}{x(3 - e^x)} = \frac{2 - x + 7e^x}{3 - e^x}$$

Avec des valeurs numériques :

$$\frac{520}{182} = \frac{13 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2}{13 \times 2 \times 7} = \frac{5 \times 2 \times 2}{7} = \frac{20}{7}$$

Exercice

Simplifier les fractions suivantes au maximum.

$$\frac{21}{126}, \quad \frac{25x + 10x^2}{5x^3 - 5x}, \quad \frac{36 \ln(x) + 3x}{9x + 6x^2},$$

$$\frac{4x^2 + 8x^3 - 2x^4 \ln x}{3x^2 + 3x}$$

Multiplier

$$\frac{a}{b} \times \frac{x}{y} = \frac{a \times x}{b \times y}$$

$$a \times \frac{x}{y} = \frac{a \times x}{y}$$

Diviser

$$\frac{\boxed{a}}{\boxed{\frac{x}{y}}} = \boxed{a} \times \boxed{\frac{y}{x}} = \frac{\boxed{a} \boxed{y}}{\boxed{x}}$$

$$\frac{\boxed{\frac{a}{b}}}{\boxed{\frac{x}{y}}} = \boxed{\frac{a}{b}} \times \boxed{\frac{y}{x}} = \frac{ay}{bx}$$

Et n'oubliez pas les parenthèses !

$$\frac{3x + 1}{2x - 4} \times \frac{a}{b} = \frac{(3x + 1)}{(2x - 4)} \times \frac{a}{b} = \frac{(3x + 1)a}{(2x - 4)b} = \frac{3xa + a}{2xb - 4b}$$

Exercice

Effectuer les opérations suivantes, et simplifier le résultat quand c'est possible :

$$10 \times \frac{x}{2} \quad \frac{2}{7} \times \frac{3x}{5} \quad \frac{4-x}{8} \times \frac{3x}{5+4x}$$

$$\frac{6x}{7} \quad \frac{4x}{3} \quad \frac{4}{\frac{x+1}{7x}}$$

Addition

$$\frac{a+b+c}{3x} = \frac{a}{3x} + \frac{b}{3x} + \frac{c}{3x}$$
$$\frac{3x}{a+b-c} \rightarrow \text{NON!}$$

Mise au même dénominateur.

$$\frac{a}{b} + \frac{x}{y} = \frac{a}{b} \frac{y}{y} + \frac{x}{y} \frac{b}{b} = \frac{ay}{by} + \frac{xb}{by} = \frac{ay + xb}{by}$$

Chercher le plus petit dénominateur commun

$$\begin{aligned} & \frac{(2x+1)}{12x(5-x)^2} + \frac{4}{21x^2(5-x)} = \\ & \frac{(2x+1)}{\boxed{3} \times \boxed{4} \times \boxed{x(5-x)} \times \boxed{(5-x)}} + \frac{4}{\boxed{3} \times \boxed{7x} \times \boxed{x(5-x)}} \\ & = \frac{(2x+1) \times \boxed{7x}}{\boxed{3x(5-x)} \times \boxed{4(5-x)} \times \boxed{7x}} + \frac{4 \times \boxed{4(5-x)}}{\boxed{3x(5-x)} \times \boxed{7x} \times \boxed{4(5-x)}} \\ & = \frac{7x(2x+1) + 16(5-x)}{\boxed{3x(5-x)} \times \boxed{4(5-x)} \times \boxed{7x}} = \frac{14x^2 + 7x + 80 - 16x}{84x^2(5-x)^2} \\ & = \frac{14x^2 - 9x + 80}{84x^2(5-x)^2} \end{aligned}$$

Soustraction

– devant **le trait** d'une fraction

→ au numérateur **OU** au dénominateur

$$\boxed{-} \frac{2x + 4}{3 - x} = \frac{\boxed{-}(2x + 4)}{3 - x} = \frac{-2x - 4}{3 - x}$$

OU

$$\boxed{-} \frac{2x + 4}{3 - x} = \frac{2x + 4}{\boxed{-}(3 - x)} = \frac{2x + 4}{-3 + x}$$

Exercice

Effectuer les opérations suivantes, et simplifier le résultat quand c'est possible :

$$\frac{1}{42} + \frac{2}{81} \qquad \frac{x+1}{3x} + \frac{7}{12}$$

$$\frac{2}{2x+1} - \frac{5x+3}{7}$$

Et il en reste quoi ? Choisir la ou les bonnes réponses

$\frac{30x^2}{35x} =$	$\frac{x^2}{5x}$	$\frac{30x}{35}$	$\frac{6}{7}x$	$\frac{6x^2}{7x}$
$\frac{5x}{14} \times \frac{21}{2} =$	$\frac{15x}{4}$	$\frac{10x}{294}$	$\frac{105x}{28}$	$\frac{26x}{18}$
$\frac{2x - 14}{28} =$	$\frac{2x - 2}{4}$	$\frac{x}{14} + \frac{1}{2}$	$\frac{x - 7}{14}$	$\frac{x - 1}{2}$
$-\frac{5x - 8}{-4} =$	$-\frac{5x - 4}{-2}$	$\frac{5x - 8}{4}$	$\frac{-5x + 8}{-4}$	$\frac{5x + 8}{4}$
$-\frac{6x}{7} =$	$-\frac{3x}{7}$	$\frac{14}{6x}$	$\frac{6x}{-14}$	$\frac{-7}{12x}$

Réponse

$\frac{30x^2}{35x} =$		$\frac{30x}{35}$	$\frac{6}{7}x$	$\frac{6x^2}{7x}$
$\frac{5x}{14} \times \frac{21}{2} =$	$\frac{15x}{4}$		$\frac{105x}{28}$	
$\frac{2x - 14}{28} =$			$\frac{x - 7}{14}$	
$-\frac{5x - 8}{-4} =$		$\frac{5x - 8}{4}$	$\frac{-5x + 8}{-4}$	
$-\frac{6x}{7} =$	$-\frac{3x}{7}$		$\frac{6x}{-14}$	

Plan

1 Les fractions

2 Les puissances et la racine carrée

puissance entière positive = multiplication

$$a^1 = a, \quad a^2 = a \times a, \quad a^3 = a \times a \times a \dots$$

puissance entière négative = division

$$a^{-1} = \frac{1}{a}; \quad a^{-2} = \frac{1}{a^2} = \frac{1}{a \times a},$$

$$a^{-3} = \frac{1}{a^3} = \frac{1}{a \times a \times a} \dots$$

puissance $\frac{1}{2}$ = racine carré

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

compatibles avec division/multiplication

$$(ab)^n = a^n \times b^n, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Et encore une fois : placez des parenthèses !!

Exemple :

$$(3xy)^2 = 3^2 x^2 y^2 \quad \sqrt{2ax} = \sqrt{2}\sqrt{a}\sqrt{x}$$
$$3^3 x^3 = (3x)^3 \quad 3^2 x^3 = \emptyset \quad \sqrt{5}\sqrt{x} = \sqrt{5x}$$

$$\left(\frac{2}{3x}\right)^2 = \frac{2^2}{(3x)^2} = \frac{2^2}{3^2 x^2} \quad \sqrt{\frac{2}{3x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}\sqrt{x}}$$

incompatible avec addition/soustraction !!!

~~$(2a + t)^2, \quad \sqrt{2a + t}, \quad a^2 + t^2, \quad \sqrt{a} + \sqrt{b}$~~

Opérations dans la puissance

$$a^{x+y} = a^x \times a^y$$

$$a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y}$$

$$a^{xy} = (a^x)^y$$

Exercice

Regrouper et/ou développer quand c'est possible

$$2^x + 3^x, \quad \sqrt{a} + \sqrt{a}, \quad \frac{x^2}{4r^2}, \quad a^5 \times a^4,$$

$$2^b t^b t^4, \quad \sqrt{3} \sqrt{x} x^3, \quad \frac{3^x}{5^x + 7^x}$$

$$\sqrt{7x^4}, \quad (3x + 2)^2, \quad x^2 + z^2,$$

$$\sqrt{x} \times \sqrt{2x}, \quad x^{4+x}$$

Qu'avez-vous retenu ?

- ① Quel autre manière d'écrire $(3x)^3$ est bonne ?

$$3x^3, \quad 27 + x^3, \quad 9x, \quad 27x^3$$

- ② Compléter l'égalité

$$\frac{16}{81y^4} = \left(\frac{?}{?y} \right)^4$$

- ③ $3(5 - x)^2 = ?$

$$25 - 30x + 3x^2, \quad 15 - 3x^2, \quad 75 - 3x^2, \quad 75 + 3x^2 - 30x$$

Réponses

①

$$(3x)^3 = 27x^3$$

②

$$\frac{16}{81y^4} = \left(\frac{2}{3y}\right)^4$$

③

$$3(5 - x)^2 = 75 + 3x^2 - 30x$$